TEMAS PERMANENTES

LÓGICA PARA TEÓLOGOS: GUÍA TEÓRICO-PRÁCTICA DE TABLAS SEMÁNTICAS PARA LA CÁTEDRA LÓGICA EN LA FACULTAD DE TEOLOGÍA (UCAB)

Prof. Johnder Báez*

Abstract:
In this work it is intended to serve both as an introduction to Propositional Logic and as an exposition of new results and techniques in 'semantic' or 'analytic' methods for theologian. I focus on two main aims. The primary aim is to show how can teach propositional logic and then treat the basic syntactic and semantic fundamentals of propositional logic. A secondary aim of the paper is to offer some basic materials –which we give a detailed presentation of the tableau method for propositional logic– can use to achieve our goal satisfactorily.
***Key words**: propositional logic, semantic tableaux, proof procedures, formal semantics.*

---

* El profesor **Johnder Alí Báez** es venezolano; y se hizo Licenciado en Filosofía por la Universidad Católica Andrés Bello. Trabaja como profesor de Lógica (ITER), Lógica Jurídica (Derecho-UCAB) e Introducción al Conocimiento Científico (Administración y Contaduría-UCAB). Ha realizado estudios de Lógica y Filosofía de la Ciencia en el Instituto de Filosofía-UCV. El presente artículo se presentó como trabajo de ascenso para optar a la categoría de profesor asistente en el 2009. Su correo es jobaez@ucab.edu.ve / o bien derbaez@hotmail.com

Είναι γάρ έν τό σοφόν, επιστασθαι γνώμην, ότέη
έκυβέρνησε πάντα διά πάντων.

Heráclito, 41.

Sapientiam enim et disciplinam qui abiicit infelix est;
et vacua est spes illorum, et labores sine fructu,
et inutilia opera eorum. Sap. 3, 11.

'Viri Israelitae, attendite vobis super hominibus istis quid acturi sitis. Ante hos enim dies exstitit Theudas, dicens esse se aliquem, cui consensit virorum numerus circiter quadringentorum; qui occisus est, et omnes quicumque credebant ei dissipati sunt et redacti sunt ad nihilum. Post hunc exstitit ludas Galilaus in diebus census et avertit populum post se; et ipse periit, et omnes quotquot consentiebant ei dispersi sunt. Et nunc dico vobis: discedite ab hominibus istis et sinite illos; quoniam si est ex hominibus consilium hoc aut opus hoc, dissolvetur; si vero es Deo est, non poteritis dissolvere eos-no forte et adversus Deum pugnantes inveniamini'. Heb. 5,35-40.

Prólogo

Esta guía es un esfuerzo que tiene como 'caldo del cultivo' nuestra ponencia presentada en la Universidad Católica Andrés Bello en el primer *Taller de*

Didáctica de la Lógica 2007[1]. En ese encuentro intentamos desarrollar someramente un concepto fundamental de la lógica; explicar el concepto de *consecuencia lógica* desde una peculiar perspectiva no ajena a la polémica: ¿cuál es el compromiso que hemos de asumir al enseñar el concepto de consecuencia lógica presentado por las profesoras Manzano y Huertas en su libro de texto *Lógica para principiantes?*[2]

En efecto, al revisar el concepto de consecuencia lógica nos percatamos, al menos al principio, que la enseñanza de la lógica necesita un libro de texto innovador y eficaz que coadyuve al alumno en su proceso de aprendizaje. Creemos, sin lugar a dudas, que existen excelentes textos de lógica en español pero, salvo mejor criterio, el libro publicado por Manzano y Huertas presenta ciertas innovaciones pedagógicas importantes que no pueden ni deben soslayarse. Tres parecen ser las razones que sustentan este enunciado. Primero, las líneas maestras del texto fueron presentadas *expresamente* en el VII Encuentro Internacional de Didáctica de la Lógica—realizado en las instalaciones del EPLER (Escuela Preparatoria Lic. Eduardo Reyes) y en la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo (Michoacán-México)—por la profesora Manzano como un mecanismo explícito para ayudar a los alumnos en su proceso de aprendizaje de la lógica; segundo, el libro tiene la virtud no sólo de articular una presentación de la lógica elegante, sofisticada e ingeniosa, matemáticamente impecable, sino que además tiene una presentación informal de los metateoremas de completitud y corrección con definiciones precisas e introducciones intuitivas; tercero, finalmente y quizás lo más importante, presenta la técnica de tablas semánticas[3] lo cual

1 Esta ponencia se presentó en el año 2007 con el título: *Consecuencia lógica*. En el año siguiente presentamos la segunda parte: *Consecuencia lógica y lenguajes de orden superior.*

2 MANZANO-HUERTAS (2004): *Lógica para principiantes.*

3 En realidad Manzano y Huertas realizan una presentación del sistema de reglas propuesto por Smullyan que él denomina *tablas analíticas*. Pero a partir de las investigaciones de Beth y Hintikka se ha impuesto el término *tablas semánticas* como un método que permite la búsqueda sistemática de la interpretación invalidadora de los argumentos. Nosotros seguimos la 'tradición' que ha dado a esta técnica de cálculo en nombre de *tablas semánticas*. En todo caso colocamos las palabras de Smullyan "We now describe an extremely elegant and efficient proof procedure for propositional logic which we will subsequently extend to first order logic, and which shall be basic to our entire study. This method, which we term *analytic tableaux*, is a variant of the 'semantic tableaux' of Beth [Beth, E. W. (1959): *The Foundations of Mathematics*. North Holland], or of methods of Hintikka [Hintikka, K. J. J.(1955): Form and content in quantification theory. *Acta Philosophica Fennica. 8*, 7-55]...Ultimately, the whole idea derives from Gentzen, and we shall subsequently study the relation of analytic tableaux to the original methods of Gentzen". SMULLYAN (1995[2]): *First-Orden Logic*, 15.

permite una visualización rápida acorde con los nuevos elementos pedagógicos de la enseñanza de la lógica. Todas estas virtudes permiten construir un texto imprescindible, así lo creemos, para la enseñanza de la lógica elemental[4].

A este tenor declaramos de entrada que nuestra exposición se centrará en la presentación realizada por las profesoras Manzano y Huertas en *Lógica para principiantes* sin que ello sea óbice, en definitiva, para tener en consideración otros textos que nos permita proyectar un sentido (no necesariamente el mejor, ni el único) que nos oriente hacia nuestro objetivo que no es otro que presentar una guía relevante de ejercicios de tablas semánticas (en el marco exclusivo de la lógica proposicional) para los alumnos de la Facultad de Teología de la UCAB[5] aunque con ello nos obligue a obviar nuestros propios escrúpulos de originalidad y rigor[6].

Esta aclaratoria es fundamental porque no pretendemos hacer explícitos los conceptos fundamentales de la lógica en toda su magnitud ya que esta guía

4 Evidentemente dejaremos de lado otros métodos de cálculo, a saber: deducción natural, formas normales y deducción axiomática. Para estudiar estos métodos de cálculo véase entre otros libros en español: Copi-Cohen (2005). *Introducción a la lógica.* México: Limusa; Copi I. M. (1999). *Lógica simbólica.* México: CECSA; Deaño, A. (1999). *Introducción a la lógica formal.* Madrid: Alianza; Garrido, M. (1991). *Lógica simbólica.* Madrid: Tecnos; Jáñez, T. (2000). *Lógica jurídica.* Caracas: UCAB; Piacenza, E. (1979). *Lógica.* Caracas: UNA; Quine, W.V.O. (1981). *Los métodos de la lógica.* Barcelona: Ariel; Yoris, C. (2001[3]). *Introducción a la lógica.* Problemario. Caracas: UCAB.

5 El contenido programático de la cátedra Lógica en la Facultad de Teología es el siguiente: (I) Semestre: Introducción. La lógica como ciencia formal; Funciones del lenguaje; El razonamiento en el lenguaje natural. Premisas conclusiones; Entimemas (razonamiento de formulación incompleta); Razonamientos encadenados; Verdad y validez; Forma y contenido de un razonamiento; Contraejemplo de un razonamiento; Diagramas para el análisis de la forma de un razonamiento; Falacias no formales; Falacias de atinencia; Falacias de ambigüedad. (II) Semestre: La proposición categórica; El cuadrado de oposición. Inferencias inmediatas; Silogismos categóricos. Reglas del silogismo; Diagramas de Venn; Formalización de la silogística: Corcoran; Proposiciones y conectivas; Simbolización de proposiciones; Tablas de verdad; Simbolización de razonamientos; Determinación de validez mediante tablas de verdad; Determinación de validez mediante método abreviado; Reglas de inferencias (Modus ponens, modus tollens, eliminación e introducción de la conjunción, eliminación e introducción de la disyunción, reducción al absurdo, prueba condicional); Pruebas formales: a) Deducción natural; b) Tablas semánticas; c) Formas normales. Nos hemos enfocado, principalmente en ejercicios de tablas semánticas; no obstante, la primera parte de la guía trata someramente algunos temas del programa.

6 Al ser un material genuinamente didáctico para las clases de lógica en la Facultad de Teología, se ha colocado un aparato crítico suficiente para coadyuvar a los alumnos en su profundización de sus estudios.

–en especial la primera parte–, no pretende ser ni una exposición sistemática de los conceptos lógicos que, indudablemente, sobrepasan las intenciones y objetivos del presente trabajo ni, mucho menos, un desarrollo sistemático y exhaustivo de los temas de filosofía de la lógica. Aspiramos, eso sí, facilitar la lectura a quienes se dirige el trabajo –en consecuencia no debe considerarse un documento definitivo y exento de errores– lo cual permitirá proporcionar las herramientas necesarias para la realización de los ejercicios propuestos. En relación con los ejercicios propuestos han sido recopilados en distintos libros de lógica y otros fueron preparados especialmente para los estudiantes de Teología.

Ahora bien, quizás alguien pudiera preguntarse: ¿cómo presentar ejercicios para teólogos en el marco *estrictamente* lógico (filosófico)? ¿Cómo separar la fe de la razón? Dos parecen ser las respuestas: una en el marco *filosófico-teológico* y otra en el marco *filosófico-lógico*. Nosotros tenemos por principio la tolerancia epistemológica[7] y, por supuesto, la tolerancia lógica[8]. Con el primer principio

7 Algunos filósofos realizan un elogio a la intolerancia epistemológica: "Y yo no admiro, haciéndome eco de Goodman, al epistemólogo que es tolerante en sus escrutinios y, munido (sic) de laxos criterios, imprime el marchamo sobre cualquier bulto que arribe a la aduana filosófico-científica. El depósito está que revienta; y es la mercancía maula la mayor causante del atiborramiento...Predico, por tanto, la abierta intolerancia epistemológica; me escuecen las manías de justificar la pseudociencia, por más ingeniosos que sean los medios arbitrados para tan caduco afán; y deploro que el otrora adusto e intransigente tribunal filosófico haya devenido una recua de complacientes alcahuetes, que desperdician su talento en justificar lo injustificable...Subrayo que todo criterio bien establecido es, de suyo intolerante: una teoría es científica o no lo es; y aquí no hay evasión a través de lógicas trivalentes u otros artilugios. Un criterio tolerante sería un criterio frangollón. Y los quejumbrosos que suplican tolerancia son majaderos incapaces de plantear un problema como es debido, pues el único sentido imaginable que le queda a la "tolerancia", en un contexto epistemológico, es "aplicación chapucera de un criterio". Y como mal cabe ser tolerante en tal sentido, no queda más remedio que ser intolerante, *i.e.*, manejar con idoneidad criterios apropiados. BATTISTELLA (1981): "Malleus maleficarum an malleus lakati?", 12-15.

8 Nosotros toleramos la lógica y sus extensiones (modal, temporal..., etc) y quizás se deba a los intereses y motivaciones del autor al estudiar lógica. En efecto, nuestro esfuerzo se proyectó principalmente con el problema del *tiempo*: al ser el tiempo humano, al menos en Agustín, *presente* se puede justificar lógicamente. Después de estudiar algunos lógicos (Prior, Reichenbach, Quine..y suma y sigue) y parte de la llamada lógica extendida, comprendimos que la única manera coherente de justificar nuestra intuición es partir de la construcción de una estructura del mundo matemáticamente consistente donde podamos tener esa propiedad del tiempo. Esta justificación la tenemos en el marco científico, sin lugar a dudas, en *Gödel Universes* (GU) GÔDEL (1949): "An Example of a New Type of Cosmological Solution of Einstein's Field Equations of Gravitional", 190-198. No obstante, debemos tener las herramientas –que no poseemos en este momento– de la Matemática y, sobre todo, de la Teoría

afirmamos que si bien es cierto que existe una tajante distinción entre filosofía y teología[9], no deja de ser menos cierto que la actividad filosófica se puede reali-

de la Relatividad General para *comprender* (verstehen) y justificar filosóficamente nuestra intuición.

9 En el marco *filosófico-teológico* tomaremos la justificación de nuestra tesis [BÁEZ (2003): La naturaleza ontológica del tiempo genérico en las confesiones: la cuarta dimensión de la temporalidad antropológica en san Agustín. Parte de la tesis fue presentada en **XVIII Jornadas Internacionales de Agustinología**: San Agustín y la Postmodernidad. (Ponente) Tiempo y Eternidad: algunas consideraciones sobre el tiempo en S. Agustín y en M. Heidegger. (Publicado en Pensamiento Agustiniano XVIII. UCAB. Caracas-2003] que estimamos pertinente para comprender la visión del autor en relación con las preguntas precedentes. En efecto, encontrarnos con la Encíclica del Papa Juan Pablo II (*Fides et Ratio*), nos llevó a pensar que existe, en los documentos oficiales de la Iglesia, una óptica muy peculiar de entender la relación entre fe y razón y, en definitiva, de entender y comprender el pensamiento de san Agustín. Se puede ver con mayor claridad en el hecho de que el movimiento neoescolástico tuvo como premisas dos Encíclicas pontificias: *Aeterni Patris* (1879) y *Pascendi* (1907). Donde se pone un acento importante en la filosofía tomista como fundamento de los estudios sagrados. Pues, "...en lo referente a los estudios, deseamos y decididamente ordenamos que se coloque la filosofía escolástica como fundamento de los estudios sagrados. Ante todo, lo que importa es que la filosofía escolástica—que Nos ordenamos seguir—se entienda de manera principal la de santo Tomás de Aquino" [*Pascendi,* cit. REALE-ANTISERI (95^{2r}): *Historia del pensamiento filosófico y científico*, 676]. Esta opción, de preferencia de la Iglesia católica por el tomismo, fue ratificada por el Papa Juan Pablo II en el centenario de la Encíclica *Aeterni Patris* (1979). Y explayada, sin ninguna duda, en la Encíclica *Fides et Ratio.* Reconocemos que los grandes márgenes interpretativos de la escolástica están enmarcados en el binomio "fe y razón". No obstante, creemos que más allá del "...programa de investigación fundamental de la escolástica, que abarca desde el uso acrítico de la razón—y la consiguiente aceptación autoritativa de la doctrina cristiana—hasta los primeros intentos de penetración racional en la revelación, las construcciones sistemáticas, que leen e interpretan de forma razonada las verdades cristianas" Ib., 419, el pensamiento de Agustín no puede reducirse al esquema formalista "fe-razón". No queremos discutir, en este momento, si es descabellado intentar exponer otra clave interpretativa de Agustín al margen de la tradición. Lo que realmente se pretende es intentar mostrar, al menos, otra óptica de estudio de Agustín. En efecto, en la Encíclica *Fides et Ratio* de Juan Pablo II se ratifica el sistema tomista como "...centro único e inmejorable del pensamiento cristiano para fundamentar la teología" [JÁÑEZ (2001): "Más allá del círculo hermenéutico 'fe-razón' en san Agustín", 126]. Ello se debe, entre otras cosas, a la pretensión de guardar un término de equilibrio entre la fe y la razón. Y, ciertamente, este término de equilibrio lo guarda Santo Tomás "porque evita tanto la confusión como la separación, al defender la autonomía de la "fe" y de la "razón" Ib., 127. Nosotros que no queremos ni pelear con la Iglesia ni, mucho menos, discutir con Santo Tomás, creemos que debemos partir de una filosofía cristiana más existencial y antropológica en su orgánica estructura lejos de los goznes "fe y razón" que desvirtúan la dinámica existencial de Agustín Cf. Ib., 120-128. Algunos preguntarán: ¿cómo se puede hacer una tesis filosófica de san Agustín? Esta pregunta tiene su respuesta al comprender que existe en nuestro filósofo

zar, en tanto actividad metafilosófica, a partir del dato revelado coherentemente para lograr el conocimiento moral[10]. En relación con el principio de tolerancia

una distinción entre fe y razón. Y si queremos entender el pensamiento filosófico del genio de Hipona en su orgánica estructura, debemos partir de otra clave interpretativa mucho más cercana a la doctrina antropológica de Agustín que nos permita salir de estos derroteros [Resulta válido interpretar a Agustín dentro de los márgenes tradicionales de "fe y razón". Así lo ha realizado la tradición a través de los siglos y fue ratificado por el Papa Juan Pablo II en la Encíclica *Fides et Ratio*. No obstante, y seguimos a Pegueroles, pensamos que se necesita de un método fenomenológico histórico-crítico para comprender a Agustín en su orgánica estructura. Por ello, partimos de a) sus propios textos; b) el rango existencial-filosófico del pensamiento agustiniano; c) el contexto y ubicación dentro de la estructura de cada obra; d) las intuiciones y principio fundamentales de Agustín. Una vez aplicado este método, nos permite las grandes líneas generales de una interpretación cabal del Hiponense: "San Agustín abandona pronto la teoría de la reminiscencia platónica, si es que alguna vez se adhirió a ella. Desconoce la abstracción aristotélica; le faltan los presupuestos mismos de la teoría de la absorción, como son la unión sustancial del cuerpo y el alma, y la teoría de acto y potencia. No admite ninguna causalidad de lo inferior en lo superior, de lo corporal en lo espiritual. La sensación, que en Aristóteles es una *passio* del alma, en san Agustín es una *actio* de alma. Lo superior, el espíritu "juzga" lo inferior, lo corporal y material, por medio de las *rationes aeternae*. El *intellectus agens* de Aristóteles produce conceptos; la *illuminatio* de san Agustín produce la verdad del juicio" PEGUEROLES (1972): 43-44. Indudablemente no pensamos que este método es el único válido para interpretar a Agustín; por el contrario, creemos que es una perspectiva que avanza en función del fin u objetivo que nos hemos trazado—la cuarta dimensión de la temporalidad antropológica en san Agustín—y en tanto cumpla con las condiciones de coherencia lógica (razón coherente para proceder, razón consistente para diseñar el proceso y razón pertinente para alcanzar la meta o solución), podemos lograr, por un lado, alcanzar el objetivo previamente definido y concretizado y, por el otro, mostrar otra óptica de estudio del Hiponense]. En otras palabras, existe en Agustín un ejercicio previo de la razón anterior a la fe y, además, existe una razón intelectiva de la fe con lo cual configura una dialéctica existencial entre la razón, la fe y el entendimiento que destruye definitivamente los antiguos goznes interpretativos (fe y razón) Ib., 127. Por ende, "el estudioso de Agustín sabe que su filosofía se distingue de su teología, aunque caminan la una inseparable de la otra (sin fusión, sin confusión), pues, de lo contrario, la primera quedaría sin perspectiva y la segunda sin fundamento" JÁÑEZ (2001): a.c., 122ss.

10 Nosotros no podemos en este prólogo profundizar este enunciado. La presentación, que, si bien es cierto lo enmarca en las obras literarias, es una propuesta interesante del filósofo norteamericano Hilary Putnam: las obras literarias hacen algo por nosotros para que obtengamos el conocimiento moral. PUTNAM (1991): *El significado y las ciencias morales [1978]*. La justificación en el marco de las obras literarias lo realizó el profesor Baceta; la justificación en el marco teológico requeriría de un trabajo de la magnitud que sobrepasa esta guía. Sin embargo, la intuición nos permite realizar una analogía: "Los mundos posibles nos permiten recrear lo actos de habla en la fantasía, oraciones verdaderas y falsas, exitosas o no, del mundo de ficción. Las obras literarias nos proporciona conocimiento mediante oraciones contrafácticas como si fueran oraciones fácticas...Los textos de ficción de mundos posibles,

lógica (*lógico-filosófico)* valoramos una tesis que puede sustentarse en Russell y Quine[11]. En efecto, por el hecho que un nombre esté como sujeto de una oración no nos *compromete* a aceptar las entidades nombradas ya que podemos negar coherentemente los objetos descritos. Con ello podemos 'nadar y cuidar la ropa' ante tirios y troyanos, que indudablemente pedirán justificaciones rigurosas de los ejercicios de la guía.

Finalmente, agradezco a mis profesores de lógica por su estimulante influencia y por haberme trasmitido su pasión por ella. Sin embargo, no son responsables, por supuesto, de todas las inconsecuencias de esta guía que corren por mi única y exclusiva cuenta.

habitados sólo por nuestros seres fantásticos e imaginarios, son en cierta medida muy similares a nuestro mundo real habitados por nosotros: ambos mundos, el real y el ficticio no aniquilan el entorno porque recrean al mundo real habitado por nosotros: ambos mundos, el real y el ficticio, son *productos culturales y ambientales*...¿qué tipo de conocimiento obtenemos de nuestros mundos ficticios? La apreciación de los hechos y valores. Quizás los textos de ciencia ficción están más preocupados por la verosimilitud de las propiedades de hecho, pero, por lo general, convergen en la apreciación de un valor. Quizás las novelas de ficción ponen el énfasis en la apreciación de los valores, pero no pueden negar las propiedades de hecho para la apreciación de ellos. Las novelas históricas quizás tratan de establecer un punto de equilibrio entre la apreciación de las propiedades reales y los valores, pero ya no tenemos que preocuparnos por eso, la distinción hecho valor colapsó. Los hechos y los valores son tratados como iguales. Identificamos, mediante los universos del discurso, los mundos reales con los ficticios. Mediante los universos del discurso logramos cierta empatía gnoseológica entre el mundo real y el ficticio...[Por tanto] Nuestro conocimiento es modal y moral; alético y deóntico; temporal y perecedero; falible y relativo; directo e interno¨. BACETA (2007): *Ficción, realidad y literatura: Putnam, el artesano, 130-133.*

11 ID (2006): *Clavis Scientiarum: Del bello don de la filosofía de la gramática*; LO MONACO (1981): ¨Significado, descripciones y entidades abstractas¨, 59-79; LO MONACO (1986) *Lenguaje y realidad. Implicaciones ontológicas de la 'lógica filosófica' en Bertrand Russell*; LO MONACO (1991): *Entre presuposición óntica e inocencia metafísica*; RUSSELL (1982²) *La evolución de mi pensamiento filosófico;* RUSSELL (1993) ¨Atomismo lógico¨. 37-56; QUINE (1962a): ¨Acerca de lo que hay, 25-47; QUINE (1998): *Del estímulo a la ciencia*; QUINE (1962b): ¨Dos dogmas del empirismo¨, 49-81; QUINE (1962c): ¨La lógica y la reificación de los universales¨, 153-187; QUINE (1968): *Palabra y objeto.*

PRIMERA PARTE: LÓGICA PROPOSICIONAL

I.- INTRODUCCIÓN A LA LÓGICA PROPOSICIONAL

1.1.- Argumentos y validez

¿Qué pueden tener en común ciencias tan dispares como la economía, la administración, el derecho, la física, la matemática, la filosofía, la teología...y suma y sigue? No pareciera su objeto de estudio ni, mucho menos, su metodología. Pero sin lugar a dudas tenemos fundadas razones para afirmar que subyace un sustrato de *racionalidad* en cada una de ellas. Ciertamente, el hombre enmarcado en el universo que le da sentido pleno está sustantivamente englobado en la racionalidad; somos seres racionales que asimilamos, procesamos e interpretamos los códigos (señales[12], marcas) del entorno porque asumimos nuestra peculiar constitución[13].

12 Una señal es una información constituida por estados distinguibles. Por ejemplo, las palabras, la emisión de luz, un grito, etc. Un signo es el comportamiento físico de una señal. Un *signo lógico* sería entonces la expresión gráfica de un signo para los efectos de los lenguajes formales de nuestra ciencia. Cf. NUÑO (1980²): *Elementos de lógica formal*, 25-28.

13 BARWISE-ETCHEMENDY (1999): *Language proof and logic*, 1. Quizás debamos hilar más fino. ¿Cuál es nuestra peculiar constitución? Existe un principio de racionalidad que enmarca nuestro quehacer intelectual pues el hombre es un ser especialísimo que presenta una configuración óntica y ontológica peculiares: la verdad habita en el interior del hombre, siendo más íntima que el hombre mismo. Todo el hombre se encuentra condensado en la radical numinidad de lo otro (AGUSTÍN (1998⁹): *Las Confesiones,* 11, 9, 11. Es decir, el hombre es un proyecto único de la naturaleza; tiene la necesidad perenne de interpretarse y tomar una postura con respecto a sí mismo haciéndose necesaria una fórmula de interpretación. Por ello, el hombre, como diría Zubiri, es una unidad psico-física que tiene la particularidad de ser una sustantividad abierta en la cual se encuentra imbuido con las cosas que le quedan de suyo. En definitiva, decimos con Agustín que el hombre es una inquietud infinita que está buscando salida a su drama más importante: *ser* un ser temporal. Esta radical peculiaridad del hombre, medidor y presencia de la eternidad en el tiempo, lo catapulta como un ser con una realidad histórica propia. ZUBIRI (1986): *Sobre el Hombre,* 66ss. Para Marías, por ejemplo, el hombre es un ser *futurizo* que vive proyectado: vivir no es otra cosa que hacer algo con las cosas y con el "otro" en una realidad dramática-dinámica. Y si ello es así, el hombre tiene un modo de instalación en el mundo: *estoy viviendo* en el mundo. "La realidad humana, porque el instante humano viene del pasado y va hacia el futuro, es un entorno temporal, esta hecho de duración; una vez más, de 'estar'" MARÍAS (1998): *Antropología metafísica,* 80. Y este estar tiene una instalación biográfica porque el hombre es un proyecto que sólo puede proyectarse desde eso que *ya* estaba haciendo. Por ello, el hombre, a pesar de su situación temporal insoluble, esta instalado en una cierta estabilidad: ningún proyecto

Si ello es así, podemos desglosar nuestro campo (marco) de racionalidad e intentar definir nuestra disciplina. En principio podemos afirmar que la lógica es el estudio de la *consecuencia* o, lo que es lo mismo, el estudio de los razonamientos[14] correctos o válidos[15]. Para determinar si un razonamiento es válido se necesita determinar si la conclusión a la que hemos llegado se deduce de las premisas establecidas. Estas deducciones se establecen a partir de un lenguaje que, en nuestro caso, es parte del lenguaje natural. La lógica (o una lógica en sentido funcional) es un *lenguaje*[16] que tiene una *gramática* (un sistema deductivo) y una *semántica* (una semántica modelo-teórica) i.e., una lógica tiene un lenguaje con *alfabeto* y reglas *gramaticales* de formación de fórmulas donde se atribuye significado a las expresiones del lenguaje mediante interpretaciones *semánticas*[17]. Y esta tarea se cumple a cabalidad cuando la lógica decreta cuándo la conclusión es deducible o se sigue lógicamente de las premisas[18].

---

humano empieza de cero, siempre existe el yo con sus circunstancias –biografía de vida– con lo cual lo humano no es estático sino quiescente. Con todo, "...no soy sólo presente, ni sólo futuro: soy futurizo y esa 'presencia' del futuro y del pasado hace que este instalado en el tiempo y no simplemente lo 'cruce'. La instalación es lo que propiamente hace que pueda *proyectarme* y no, simplemente, este 'lanzado'" Ib., 87. Por ello, el hombre está en una estructura vectorial de la vida en tanto y en cuanto el hombre está en la concreción efectiva de su instalación, pero va cambiando, está en movimiento, es un sistema de proyecciones y tensiones de diferente dirección e intensidad Ib., 88.

14 Un razonamiento (argumento-inferencia) es un tipo especial de acto de habla caracterizado por la pretensión del hablante de lleva a cabo determinada finalidad. Esta finalidad se expresa por la pretensión, en el marco de una secuencia de afirmaciones, que una afirmación 'se sigue', 'recibe apoyo', 'recibe justificación' de las restantes. DÍEZ CALZADA (2002): *Iniciación a la Lógica*, 14.

15 MANZANO-HUERTAS (2004): *Lógica para principiantes*, 4. Al mismo tiempo podemos decir que la lógica es el estudio de la *consistencia* o, en otras palabras, el estudio de las creencias *consistentes, satisfacibles*, coherentes. La consistencia o *coherencia interna* es la compatibilidad de creencias donde existe una situación (un modelo) en la que todas ellas pueden ser verdaderas. Ib., 4-8.

16 Entendemos aquí lenguaje como lenguaje formal. En lógica se necesita tener rigor y precisión que se logra con "...un lenguaje artificial con reglas gramaticales explícitas que nos dicen qué sucesiones de signos del alfabeto son fórmulas, y unas reglas semánticas también explícitas que determinan cuando una fórmula es verdadera bajo determinada interpretación –en un modelo matemático–". Ib., 12-13.

17 Ib., 5. También la podemos afirmar que la lógica se construye a partir de una *gramática* con un alfabeto con sus reglas gramaticales de formación de fórmulas para registrar las deducciones y, a su vez, registramos los significados o condiciones de verdad por medio de las interpretaciones semánticas de las fórmulas gramaticales del lenguaje en ciernes. Cf. BACETA (2004): *Notas de clases*, 1.

18 "La lógica es el estudio de los métodos y principios que se usan para distinguir el razona-

Es por ello que la labor principal de la lógica es el estudio de los argumentos. Por argumento entendemos un conjunto de sentencias[19] (secuencia de enunciados) tales que una de ellas (la conclusión)[20] se sigue del resto (las premisas)[21]. Esta función se logrará si podemos atenernos a la caracterización rigurosa de consecuencia[22] lógica y validez[23] argumental. Una manera de hacerlo, no necesariamente la mejor, es atenernos a la relación entre validez y verdad[24].

En efecto, en principio podemos afirmar que los argumentos no son verdaderos o falsos. Sólo las afirmaciones[25] (sentencias) pueden ser verdaderas o falsas[26]. Así la validez de un argumento es un asunto totalmente distinto de la

miento bueno (correcto) del malo (incorrecto)...Esta distinción entre razonamiento correcto e incorrecto es el problema central con el que trata la lógica. Los métodos y las técnicas del lógico se han desarrollado con el propósito fundamental de aclarar esta distinción. Todo razonamiento (independiente de su objeto) es de interés para el lógico, pero fijando su atención especialmente en la corrección como punto central de la lógica". COPI-COHEN (2005): *Introducción a la lógica*, 17-19.

19 La sentencia es una "*fórmula* que carece de variables libres". A su vez entendemos por fórmula en esta guía una "sucesión finita de signos del *alfabeto* construida mediante las reglas de de su *cálculo de fórmulas*". Para la lógica proposicional (LP), toda fórmula es una sentencia. MANZANO-HUERTAS (2004): o.c., 393-409.

20 En el lenguaje natural encontramos determinados *marcadores* de conclusión que se usan al efecto, a saber: 'por tanto', 'por ende', 'en consecuencia', 'por ello',... etc. Estos marcadores indican que lo que antecede es las premisas y lo que sigue es la conclusión. DÍEZ CALZADA (2002): o.c., 14.

21 Existen igualmente indicadores de premisa, a saber: 'ya que', 'puesto que', 'dado que', 'a causa de', 'porque',... etc. Ib. ib. Cf. COPI-COHEN (2005): o.c., 24-25.

22 Consecuencia es la "relación que se establece entre un conjunto de fórmulas que se toman como *premisas* o *hipótesis* y otra a la que se denomina *conclusión* en virtud de la cual toda interpretación que satisface a las hipótesis, satisface la conclusión". MANZANO-HUERTAS (2004): o.c., 393-409. Intuitivamente podemos afirmar que un razonamiento es correcto cuando no se puede imaginar ninguna situación en la que las premisas del argumento sean verdaderas y la conclusión falsa o, lo que es equivalente, cuando las premisas y la negación de la conclusión sea insatisfacible, inconsistente. Ib., 15.

23 Valido es una "*fórmula* verdadera bajo toda interpretación". Ib., 393-409.

24 Un argumento es válido si las premisas justifica o apoyan a la conclusión, en el sentido de *estar justificada* las premisas la conclusión queda justificada. En sentido semántico '*justificación de una afirmación*' se entiende como '*justificación de la creencia en su verdad*';..."la validez de un argumento por sí sola no "apoya" la verdad de la conclusión, para ello es necesario además que las premisas sean verdaderas". DÍEZ CALZADA (2002): o.c., 16.

25 Una afirmación es un "...acto de habla asertórico cuya finalidad es aseverar cómo son las cosas, se satisface dicha finalidad si las cosas son efectivamente como se asevera que son". Ib., 15.

26 Aunque la diferencia entre enunciados (entidades lingüísticas) y proposiciones (lo que expresan los enunciados-contenidos de los enunciados) es muy importante, a los efectos presentes

verdad o falsedad de las premisas y conclusión[27]. Las premisas y conclusión pueden ser verdaderas o falsas; no obstante, el argumento es válido o inválido siempre y cuando efectivamente las premisas apoyen a la conclusión[28]. Un argumento es válido *si* todas las premisas son verdaderas, entonces la conclusión tiene que serlo o, lo que es equivalente, si un argumento es válido entonces no es posible que las premisas sean todas ellas verdaderas y la conclusión falsa[29].

1.2.- Enunciados

Los enunciados son afirmaciones que sirven para expresar creencias que pueden ser verdaderas o falsas aunque no sepamos en un momento dado su valor

no vamos a distinguir entre ambos. Para nosotros un enunciado (sentencia-afirmación) es una frase (oral o gráfica) que tiene sentido completo y puede tener valor veritativo. Cf. GARRIDO (1995[3]): *Lógica simbólica*, 31. HAACK (1991[2]): *Filosofía de las lógicas*, 95-106.

27 VALDÉS VILLANUEVA (1989): "Lógica elemental", 14.

28 La noción de *apoyo* constituye un elemento fundamental para entender, por lo menos, dos tipos de argumentos, a saber: argumentos deductivos y argumentos inductivos. En efecto, "Los argumentos deductivos se caracterizan porque en ellos se pretende que la verdad de las premisas *garantiza plenamente* la de la conclusión, mientras que en los inductivos se pretende que las premisas apoyan la conclusión sólo en *cierto grado*". DÍEZ CALZADA (2002): o.c., 18. En otras palabras, un argumento es deductivo es válido si no puede ocurrir que las premisas sean verdaderas y la conclusión falsa (la información de las conclusión esta contenida en las premisas) y, en cambio, un argumento inductivo es válido cuando existe un grado de apoyo o probabilidad que las premisas confieren a la conclusión (la conclusión contiene más información que las premisas). En este trabajo únicamente utilizaremos argumentos deductivos. Cf. Ib., 17-26. Cf. COPI-COHEN (2005): o.c., 443-620.

29 VALDÉS VILLANUEVA (1989): a.c., 13-15. Para Díez Calzada hay dos sentidos en que se puede decir que un argumento es *bueno*, exitoso. En un primer sentido si el argumento es válido; los argumentos válidos *trasladan* la justificación de las premisas a la conclusión. Pero no basta que el argumento sea válido porque la validez de un argumento no justifica *por si sola* la conclusión ya que aunque la conclusión se infiera efectivamente de las premisas, puede carecer de justificación si alguna de las premisas carece de ellas. La validez de un argumento por sí sola no 'apoya' la verdad de la conclusión, para ello es necesario además que las premisas sean verdaderas. Por ello, según Díez Calzada, hay que distinguir en general entre *corrección formal* de un argumento de su *adecuación material;* un argumento es *formalmente correcto* si es válido y, a su vez, es *materialmente adecuado* si sus premisas son verdaderas. Por ello, en un segundo sentido, un argumento es un buen argumento cuando es formalmente correcto (válido) que además es materialmente correcto (con premisas verdaderas). Los dos sentidos de 'buen argumento' se utilizará 'válido' para los argumentos formalmente correctos y 'satisfactorio' para los argumentos formalmente correcto y materialmente adecuados. DÍEZ CALZADA (2002):o.c., 15-17.

de verdad. Lo relevante es que los enunciados son capaces de expresar creencias particularmente por su modalidad enunciativa[30]. Los enunciados que expresan creencias tanto cuando se predica de una creencia aislada tanto cuanto se predica de conjunto de creencias pueden ser *consistentes*[31] cuando es verdadera en alguna situación e inconsistentes cuando no puede ser verdadera en ninguna situación. Por ello, los enunciados que son verdaderos en cualquier situación son *tautologías* (consistentes) y los que son verdaderos en algunas situaciones y falsos en otras son *contingentes* (consistentes)[32]. No obstante, si los enunciados no son verdaderos en ninguna situación son *contradictorios* (inconsistentes). De allí que para verificar la consistencia de un conjunto de creencias lo que necesitamos es ser capaces de describir una situación en la que todas sean verdaderas[33]. Por ejemplo, el enunciado:

El río que atraviesa Caracas es el Potomac

es un enunciado de creencia[34] que es falso en el mundo real. Si embargo, es una creencia (un enunciado) consistente porque puede ser verdadero en una situación –no necesariamente en el mundo real–. Por ello, para la lógica sólo los enunciados que pueden expresar creencias[35] (en su uso declarativo, aseverativo), pueden ser enunciados y son relevantes para nuestra ciencia. Para todos los efectos, un enunciado es una expresión que tiene sentido preguntarse si es verdadero o falso y, por tanto, que puedan expresar una creencia[36].

30 MANZANO-HUERTAS (2004): o.c., 10.

31 Consistente es un "conjunto de fórmulas del que no se deriva en un cálculo determinado ninguna *contradicción,* en particular lo falso". Ib., 393-409. Por ello la consistencia lógica de un conjunto de creencias significa compatibilidad de creencias. En este marco, el conjunto consistente de creencias se caracteriza porque siempre es posible imaginar una situación (un modelo) en la que todas las creencias sean verdaderas. Ib., 8. En el lenguaje formal la imposibilidad de derivarse contradicciones se denomina para la propiedad semántica *satisfacibilidad* y para la propiedad sintáctica *consistencia.* Ib., 12-22.

32 Ib., 12. En el lenguaje formal tendremos fórmulas *satisfacibles, contingentes, contradicciones y tautologías.*

33 Ib., 8-9.

34 Una sentencia enunciativa es "la que, al expresar un hecho, es susceptible de recibir valores veritativos (verdadero, falso)." NUÑO (1980^2): o.c., 26.

35 "Los enunciados precisan ser contextualizados y así el mismo enunciado puede expresar distintas creencias al recibir *distintas contextualizaciones*". MANZANO-HUERTAS (2004): o.c., 11.

36 Las preguntas, órdenes, exclamaciones y dudas no expresan creencias. En este sentido dejamos de lado todas estas expresiones que no expresan creencias.

1.3.- Lenguaje objeto y metalenguaje

En el lenguaje natural se emplea una serie de recursos para determinar los diferentes usos del lenguaje y, con ello, establecer cuándo hablamos de un lenguaje *en* otro lenguaje[37]. Por ello, nos limitamos a usar las palabras cuando nos servimos de ella como *signo*, i.e., para aludir algo distinto de ella misma. Mencionamos, en cambio, una palabra cuando nos referimos a la palabra misma, cuando nos detenemos en ella sin ir más allá[38]. Consideremos los siguientes enunciados[39]:

1) Caracas tiene cuatro millones de habitantes,

2) Caracas es trisílabo,

3) 'Caracas' es trisílabo.

Parece obvio afirmar que (1) es verdadero, (2) es falso y (3) es verdadero, ya que el nombre de una palabra puede ser trisílaba[40] (el nombre de un nombre se forma poniendo comillas) y el nombre de una ciudad puede ser habitada por cuatro millones de habitantes. En otras palabras, en (1) el nombre del lugar es *usado* y de ese modo la ciudad es *mencionada*; en (3) se usa una cita y el nombre de

37 Ib., 13.

38 DEAÑO (1999): *Introducción a la lógica formal*, 26. Nos dirá Quine que para mencionar algo usamos su nombre o una descripción. Cuando decimos Boston tiene trece concejales usamos el nombre de la ciudad y con ella mencionamos la ciudad. Escaso lugar para el misterio gracias a la feliz circunstancia de que hay pocas cosas menos parecidas a una ciudad que un nombre. Mencionar ciudades y otros objetos concretos es un juego de niños; simplemente, use sus nombres. El cuidado comienza a ser aconsejable cuando mencionamos nombres. Para mencionar un nombre, como cualquier otra cosa, se usa un nombre suyo. Boston no es bisílabo, pero 'Boston' (comillas simples) lo es; la cita sirve como nombre del nombre. Una cita nombra su interior. Tampoco se debe suponer que 'Boston' es una cita. 'Boston' es simplemente una palabra de seis letras, y no contiene comillas. Para mencionar la cita usamos su nombre, una cita de la cita ''Boston'' contiene un par de comillas. *Quine, Quiddities. An Intermittenly Philosophical Dictionary, 231-232.* cit. GARCÍA-CARPINTERO (1996): *Las palabras, las ideas y las cosas,* 19.

39 El problema radica principalmente en no distinguir un objeto de su nombre. Esta dificultad se acrecienta porque se olvida que un enunciado acerca de un objeto debe contener un nombre del objeto y no el objeto mismo. QUINE (1972): *Lógica matemática*, 39.

40 Para decir que el nombre de un lugar en cuestión es trisílabo debemos usar, no este nombre mismo, sino un nuevo nombre para él. Ib. ib.

lugar es mencionado[41] (para hablar de las cosas hemos de *mencionarlas*, y para mencionarlas usamos palabras)[42].

Ahora bien, en el lenguaje existe una *estratificación* que se entiende por los distintos planos que se pueden obtener dentro del lenguaje. No distinguirlos nos llevaría a errores imperdonables. Así consideremos los siguientes enunciados:

4) El río que atraviesa Caracas es el Potomac es falso,

5) 'El río que atraviesa Caracas es el Potomac' es falso.

El enunciado (4) es erróneo porque 'es falso' se debe agregar a nombres de enunciados; 'es falso' es un predicado que se refieren a enunciados y no a cosas[43] y, por tanto, este predicado debe agregarse a un nombre para formar un enunciado. Los predicados 'es verdadero'[44] y 'es falso' se refieren a la correspondencia de los enunciados con los hechos, del lenguaje con los referentes extralingüísticos. (5) es verdadero porque distinguimos nuestro lenguaje objeto de nuestro metalenguaje. En la ciencia, por ejemplo, llamamos lenguaje objeto al lenguaje por ella investigado; el metalenguaje, en cambio, será el lenguaje donde se desenvuelve la investigación. Si estudiamos alemán en la UCAB, nuestro lenguaje objeto será el alemán y nuestro metalenguaje será el castellano[45]. En (5)

41 Ib., 39-40. ¨Los lenguajes son determinadas entidades que se usan para 'hablar de' cierto ámbito de la realidad...si el metalenguaje habla del lenguaje objeto, entonces ha de tener palabras para nombrar entidades de las que habla, exactamente igual que si usamos un lenguaje para hablar de una parte de la realidad constituida por entidades biológicas, necesitamos nombres para referirnos a entidades biológicas de las que hablamos...así pues, el metalenguaje ha de disponer de palabras para nombrar palabras del lenguaje objeto, nombres de nombres del lenguaje objeto¨. DÍEZ CALZADA (2002): o.c., 40-41.

42 ¨Mencionamos x usando un nombre de x, y un enunciado acerca de x contiene un nombre de x¨. QUINE (1972): o.c., 39-40.

43 DEAÑO (1999): o.c., 24.

44 Entendemos en este guía 'verdad' como correspondencia o acuerdo de un enunciado con la realidad, i.e., una oración es verdadera si designa un estado de cosas existentes que de hecho se da. Cf. TARSKI (1999^3) ¨La concepción semántica de la verdad y los fundamentos de la semántica¨, 301-338.

45 GARRIDO (1995^3): o.c., 55. ¨Así, cuando decimos que lo propio del geólogo es hallar qué enunciados son verdades geológicas, no le obligamos a un sedentario estudio de los enunciados; mas bien le recomendamos que se pase buena parte del tiempo inspeccionando fallas y cráteres. Pero el caso de la lógica y de la matemáticas en general, es distinto...Ante una verdad lógica cualquiera, o ante cualquier enunciado matemático verdadero, por complejo que sea, reconocemos su verdad simplemente inspeccionando el enunciado en cuestión y reflexionando y calculando; la observación de los cráteres, tubos de ensayo, o de la conducta

el lenguaje objeto está entrecomillado y el metalenguaje hacemos referencia al lenguaje objeto. En palabras de Deaño, 'usamos, pues, el lenguaje casi siempre para referirnos a los objetos, a objetos no lingüísticos. Usamos primariamente el lenguaje en lugar de objetos. Pero hay ocasiones en que usamos el lenguaje para hablar acerca del lenguaje...*Usamos* entonces un metalenguaje para *mencionar* las expresiones de un lenguaje'[46].

1.4.- Niveles lógicos

La lógica clásica puede dividirse por la capacidad expresiva del cálculo deductivo. En efecto, la lógica proposicional, a pesar de su excelente comportamiento, no puede computar, por ejemplo, los silogismos. De allí que debamos utilizar nuevas categorías de lenguajes en el marco de la lógica clásica. Según Manzano, la lógica de primer orden añade a la proposicional la capacidad de analizar las fórmulas atómicas mediante relatores[47], functores[48] y constantes[49] y

humana, no sirve de nada. Así pues, en la medida en que la verdad lógica pueda ser discernida, es posible formular normas de verdad lógica meramente en términos de rasgos rotacionales más o menos complejos de los enunciados; y de manera correspondiente, en cuanto a las matemáticas en general. Es por ello por lo que el lógico y el matemático hablan *acerca de* enunciados mucho más que el geólogo; y es por ello por lo que se acepta comúnmente que la lógica, en un sentido amplio, incluye el discurso sobre los enunciados de la lógica en sentido estricto, mientras que ninguna distinción semejante suele hacerse a propósito de la geología". QUINE (1972): o.c., 22-23.

46 DEAÑO (1999): o.c., 25. En esta guía nuestro criterio será el siguiente en el marco de los cálculos lógicos: cuando trabajemos las fórmulas o expresiones formales del lenguaje objeto, utilizaremos letras cursivas; y cuando hablemos de esquemas y nombres de tales fórmulas (metalenguaje), utilizaremos letras normales. En esta guía utilizaremos, además, preferentemente la siguiente convención: utilizamos ['] comillas simples y cursivas en el cuerpo del trabajo para mencionar las palabras y ["] aplicadas a las citas de los distintos autores en el aparato crítico.

47 Relator es un "*signo lógico* que precisa de *términos* para formar una *fórmula*". MANZANO-HUERTAS (2004): o.c., 393-409.

48 Functor es un "*signo lógico* que precisa de *términos* para formar un *término*". Un término es una "sucesión de signos del *lenguaje formal* siguiendo las reglas del *cálculo de términos...*" que puede estar abierto (si contiene variables) o cerrado (si no contiene variables). Ib. ib.

49 Una constante individual es un "signo del *lenguaje formal de primer orden* que por sí solo constituye un *designador*". Un designador es un "término del *lenguaje formal* sin *variables libres*". Ib. ib.

puede cuantificar[50] sobre individuos. La lógica de segundo orden puede cuantificar sobre conjuntos[51] y relaciones[52]. Ahora bien, la relevancia de los lenguajes de orden cero, primero y segundo orden dependerá del nivel de abstracción que estimemos conveniente para nuestros propósitos. Para todos los efectos, esta guía para los estudiantes de la Facultad de Teología de la UCAB, únicamente se trabajará con el lenguaje de orden cero (LP) i.e., utilizaremos los enunciados simples donde intervienen únicamente conectores[53].

2.- El lenguaje de la lógica proposicional

2.1.- Introducción

La lógica se puede caracterizar en nuestra presentación como el estudio de los razonamientos válidos o correctos (conjunto de creencias consistentes)[54].

50 El cuantificador es un "*signo lógico* que permite hacer referencia a la totalidad de los individuos de un universo de discurso determinado si algunos o todos cumplen una propiedad determinada". Ib. ib.

51 Conjunto es una "colección de objetos a los que denominamos elementos que se dice pertenecen a él". Ib. Ib.

52 Relación es un "*conjunto* cuyos elementos son pares ordenados". Ib. Ib.

53 Para Manzano la lógica de segundo orden es más expresiva que el de primer orden y éste que el de orden cero. No obstante, las propiedades lógicas van decreciendo inversamente proporcional a la capacidad expresiva, a saber: mientras que la lógica proposicional posee un cálculo deductivo correcto (*cálculo deductivo* con el que sólo generamos *fórmulas válidas*), completo (*cálculo deductivo* que genera como teoremas lógicos a todas las sentencias válidas y sólo ellas) y decidible (*conjunto* para el que existe un algoritmo que establece mecánicamente si un objeto—fórmula—es elemento suyo—deducible—o no es—no deducible), la de primer orden posee un cálculo correcto y completo, pero ya no decidible, y la segundo orden ni es decidible ni posee un cálculo completo. Ib., 23. Para un estudio pormenorizado de la metaterоría de la lógica proposicional estudiar el apéndice C de *Lógica para principiantes*. Cf. GARRIDO (1995³): o.c., 325-340; DÍEZ CALZADA (2002): o.c., 121-126; HUNTER (1981): *Metalógica*, 64-157.

54 "Para verificar la consistencia de un conjunto de creencias lo que necesitamos es ser capaces de describir una situación en la que todas sean verdaderas...[por ello] El común de los mortales está interesado mayormente en los razonamientos de tipo 1, que son válidos pero además sus hipótesis son verdaderas, los llamamos *razonamientos concluyentes*. La racionalidad que como humanos se nos supone nos obliga, en principio, a aceptar las conclusiones de estos razonamientos entre nuestras creencias. Por supuesto, para adquirir nuevas creencias precisamos aceptar las conclusiones de los razonamientos cuyas hipótesis aceptamos como creencias; sin embargo, el contrastar dichas hipótesis cae fuera del alcance de la lógica...

Pero para lograr nuestros objetivos necesitamos de un lenguaje formal preciso y riguroso que nos permita computar los razonamientos (con la adquisición de un lenguaje artificial y la formalización en él del lenguaje natural). Esto se logra cuando podemos (i) presentar una lista de signos primitivo del lenguaje; (ii) presentar las reglas gramaticales de formación de fórmulas bien formadas y (iii) la aplicación, en nuestro caso, del lenguaje formal (lógica proposicional) al análisis y formalización de razonamientos del lenguaje natural. Para ello, introducimos un lenguaje artificial tanto con reglas gramaticales explícitas como con reglas semánticas también explícitas lo cual nos permitirá decidir cuáles sucesiones son fórmulas bien formadas y, además, cuándo dichas fórmulas son verdaderas bajo una determinada interpretación[55].

Este lenguaje lógico de la lógica proposicional (LP) es necesario para la adquisición de un lenguaje artificial riguroso donde podamos realizar una formalización[56] de los enunciados, en este caso, del español. Al mismo tiempo, este

[Ahora bien] nuestra aceptación de las conclusiones de un razonamiento no será la misma si sabemos que las hipótesis son incompatible. De hecho, nos cuidaremos muy mucho de aceptar entre nuestras creencias un conjunto de hipótesis tal, pues sabemos que de él se sigue como consecuencia lógica todo enunciado, que a su vez tendrá que ser admitido también". MANZANO-HUERTAS (2004): o.c., 9-19.

55 Interpretación es una "función definida recursivamente (sobre la construcción de las fórmulas) y que confiere al lenguaje un valor referencial o denotativo". Ib., 393-409. "La finalidad principal al estudiar un nivel lógico, una vez conocido su lenguaje formal, es analizar la noción de *validez*, esto es, dar un análisis de cuándo una afirmación (de ese lenguaje) *se sigue de* otras...la idea básica es que un argumento (deductivo) es *válido*, la conclusión *se sigue de* las premisas, cuando la información que proporciona la conclusión esta 'ya contenida' en la información que proporcionan las premisas conjuntamente consideradas. Pues bien, sucede que hay dos modos de desarrollar esta idea, el modo 'semántico' y el modo algorítmico o 'calculístico'". DÍEZ CALZADA (2002): o.c., 38.

56 "Se puede hablar de 'formalismo' cuando se destaca y maneja la forma (= estructura) sobre el contenido (= materia), en este caso del lenguaje. Se llega, por otra parte, a la 'formalización' cuando la totalidad de los elementos del lenguaje analizado en sus estructuras ha sido definida y organizada deductivamente (= encadenadamente)". NUÑO (1980^2): o.c., 18. Entendemos por *formalización* por un lado el "proceso de traducción del lenguaje natural al formal". MANZANO-HUERTAS (2004): o.c., 393-409 y, por el otro, el proceso en que la lógica es un sistema formal donde los símbolos, reglas de formación de fórmulas y reglas de transformación de fórmulas están explícitamente especificados sin ambigüedad. Así entendida la formalización es la matematización de la lógica al adoptar "...los métodos y las técnicas de la matemática, siendo condición necesaria de ello la construcción de un lenguaje simbólico y la formulación precia de las reglas de transformación de fórmulas, que son la base de los cálculos lógicos. Así, la lógica, tal como se ha venido desarrollando desde Aristóteles a Kant, se suele denominar *lógica tradicional* en contraposición con la lógica formal en su estado actual de desarrollo (matematización y formalización) que suele recibir el nombre

lenguaje (LP) tiene la peculiaridad de trabajar con *conectores* porque se reduce a la combinación de los enunciados simples para formar enunciados complejos[57]. Es decir, la validez de los argumentos dependen sólo de las conexiones entre enunciados por ello el valor de verdad de los enunciados dependerá exclusivamente del valor de verdad de los enunciados simples que lo componen[58] y de la interpretación de los conectores como funciones veritativas[59] donde los conectores son funciones de valores de verdad que asignan valores de verdad[60]. Por ello esta presentación del lenguaje (LP) consiste en mostrar los signos primitivos del lenguaje; especificar cómo pueden formarse estos signos del alfabeto y realizar la correspondiente formalización del lenguaje natural en el lenguaje proposicional.

En efecto, la lógica proposicional (LP)[61] consta de un alfabeto básico y de unas reglas precisas de formación de fórmulas[62] con lo cual este alfabeto tendrá

de *lógica simbólica, lógica matemática* o *logística*". VALDÉS VILLANUENA (1989): a.c., 16-17.

57 MANZANO-HUERTAS (2004): o.c., 30.

58 Ib.ib. "...la misión de la lógica es analizar los conceptos generales, patrones o procedimientos que se usan en los argumentos válidos, y que estos son, hasta cierto punto, independientes de los razonamientos concretos—puesto que aceptamos que hay infinitos razonamientos correctos que siguen el mismo esquema lógico—". MANZANO (2004): "Lógica, lógicas y logicidad", 18.

59 Una función veritativa es "un tipo de relación en la que el primer elemento del para determina unívocamente al segundo [que] se caracteriza por estar definida sobre el conjunto de los valores de verdad {0,1}" MANZANO-HUERTAS (2004): o.c., 393-409. A su vez "...las fórmulas de lógica de conectores son funciones lógicas, o más específicamente, *funciones de verdad* o *funciones veritativas*, dando a entender con tal nombre que los valores que estas funciones adoptan son valores de verdad...Toda función, sea matemática o lógica, es una operación que pone en correspondencia elementos de un conjunto (las variables o "argumentos" de la función, en nuestro caso las letras enunciativas o las fórmulas ligadas por conectores) con elementos de otro conjunto (los "valores" de la función, en nuestro caso los valores de verdad)". GARRIDO (1995[3]): o.c., 75-76. Según Quesada, "...el *valor veritativo* (verdadero falso) del fragmento en cuestión o de la oración compleja utilizada es una función de los valores veritativos de las oraciones simples que componen el discurso u oración compleja, es decir, depende de estos valores de una manera totalmente definida". QUESADA (1995): "Lógica clásica de primer orden", 72. En este sentido asumimos un principio rector de la lógica elemental, a saber: la lógica es bivalente, i.e., todo enunciado es verdadero o falso pero ambas cosas a la vez.

60 MANZANO-HUERTAS (2004): o.c., 30.

61 "El lenguaje proposicional sirve para reconstruir la estructura del lenguaje natural en lo que respecta al modo como están conectador los enunciados simples conformando enunciados complejos" DÍEZ CALZADA (2002): o.c., 46.

62 "Las fórmulas de estos lenguajes se construyen sintácticamente de un modo preciso que excluye la ambigüedad (al contrario de lo que sucede con sus análogos en el lenguaje natural).

dos tipos de signos, a saber: signos para representar los enunciados simples (letras proposicionales)[63] y signos para representar las conexiones entre enunciados simples (conectores)[64]. Los signos para representar los enunciados simples serán las letras proposicionales *p, q, r, s,...* si necesitamos una serie ilimitadas tendríamos p_1, p_2,...p_n[65]. Los signos que utilizaremos para representar los conectores serán ¬, ∧, ∨, →, ↔. Las denominaciones usuales son 'negación', 'conjunción', 'disyunción', 'condicional' y 'bicondicional'. Estos nombres indican sus respetivos análogos en las expresiones 'no', 'y', 'o', 'si...entonces', 'si y sólo si'. Finalmente como signos auxiliares utilizaremos los paréntesis[66] que tiene como función desambiguar sintácticamente las expresiones del lenguaje objeto.

ALFABETO DE (LP)

Letras proposicionales: *p, q, r,...* p_1, $p_{2...}$

Conectivas: negación: ¬

conjunción: ∧

disyuntor: ∨

condicional: →

bicondicional: ↔

Paréntesis: (,).

Además utilizaremos otros signos adicionales para hablar del lenguaje objeto (LP). En este caso utilizaremos *metavariables* para representar filas de signos cualesquiera ya que necesitamos decir cosas del lenguaje objeto de modo general. Para ello nos valemos de las letras griegas minúsculas φ, ψ, χ, con subíndices si es necesario φ_1, φ_2...φn. Cuando utilicemos las metavariables como secuencia de signos cualquiera son *esquemas* de los enunciados de (LP). Por ejemplo, φ puede representar cualquier secuencia de signos como $\neg p$, $r \rightarrow s$.

Esto se realiza mediante una definición que delimita la clase de las fórmulas (frente a otras cadenas de símbolos no bien formadas)". QUESADA (1995): a.c., 73.

63 Signos descriptivos o términos categoremáticos; pueden representar enunciados cualesquiera. En el análisis del lenguaje natural las letras están por enunciados simples. No obstante, desde un punto de vista estrictamente formal, las letras proposicionales pueden representar enunciados o proposiciones cualesquiera.

64 MANZANO-HUERTAS (2004): o.c., 30-31. Los conectores son símbolos lógicos o términos sincategoremáticos.

65 Podemos considerar un número infinito numerable.

66 MANZANO-HUERTAS (2004): o.c., 31.

2.2.- Gramática: reglas de formación de fórmulas

Una vez delimitado nuestro alfabeto pasamos a construir nuestra sintaxis para establecer qué combinaciones de signos se van a considerar bien formadas. Las fórmulas entonces serán todas las expresiones bien construidas (construidas mediante las reglas de su *cálculo de fórmulas*[67]) del lenguaje proposicional. Ahora bien, las formulas que son letras proposicionales la denominaremos *fórmulas atómicas*. Y todas las fórmulas que no son atómicas las denominaremos *fórmulas moleculares*, a saber: negaciones, conjunciones, disyunciones, condicionales y bicondicionales[68]. Por ejemplo, p es una fórmula atómica y $r \rightarrow q$ es una fórmula molecular. Todas las fórmulas moleculares tienen alguna de las siguientes formas lógicas:

Forma lógica	Denominación
$\neg\varphi$	negación
$(\varphi \wedge \psi)$	conjunción
$(\varphi \vee \psi)$	disyunción
$(\varphi \rightarrow \psi)$	condicional
$(\varphi \leftrightarrow \psi)$	bicondicional

Una vez establecido las formas lógicas de las fórmulas moleculares podemos específicas las reglas sintácticas de nuestro lenguaje (LP).

Reglas de formación de fórmulas

i) Toda letra proposicional sola es una fórmula.

ii) Si ψ es una fórmula, entonces la secuencia $\neg\psi$ es una fórmula.

iii) Si ψ y φ son fórmulas, entonces las secuencias $(\varphi \wedge \psi)$, $(\varphi \vee \psi)$, $(\varphi \rightarrow \psi)$ y $(\varphi \leftrightarrow \psi)$ son fórmulas.

iv) Sólo son fórmulas las secuencias que resulten de aplicar las cláusulas 1-3[69].

---

67 Cálculo de fórmulas es un "*conjunto* de reglas de generación y/o transformación de términos y fórmulas" que justifica una sucesión de signos del alfabeto que pertenece a una de estas categorías. MANZANO-HUERTAS (2004): o.c., 393-409.

68 Ib., 32.

69 Para Manzano-Huertas "*El conjunto de las fórmulas del L_0---al que llamamos FORM (L_0) o simplemente FORM, cuando esté claro por el contexto*---es el menor conjunto *que se puede generar con la ayuda a partir de las letras proposicionales. Paso Básico: F1. Las letras*

Ahora podemos verificar cuáles secuencias son fórmulas. Por ejemplo, $((q \rightarrow s) \leftrightarrow r)$ es una fórmula porque q, r, s son fórmulas por la cláusula (i); $(q \rightarrow s)$ lo es por la cláusula (iii) y, finalmente $((q \rightarrow s) \leftrightarrow r)$ es una fórmula por la cláusula (iii). Establecemos cuáles son los casos simples de fórmulas (atómicos) y a partir de allí establecemos los casos complejos (moleculares)[70]. A su vez denominamos *subfórmulas*[71] de una fórmula a todas las formulas (diferentes de ella) que la compongan[72]. Por ejemplo las subfórmulas de $((q \rightarrow s) \leftrightarrow r)$ son: $(q \rightarrow s), q, r, s$[73]. Ejercicios 1-20.

2.3.- Formalización del lenguaje natural

Una vez presentada la gramática de la lógica proposicional tenemos que aplicar este lenguaje formal para configurar la estructura lógica de los enunciados del lenguaje natural. En otras palabras, necesitamos realizar una traducción del lenguaje natural al lenguaje formal. Ahora bien, esta traducción no es automática porque el lenguaje natural no tiene una gramática simple y regular: en realidad hemos aprendido el castellano por uso (práctica) cotidiana y no por preceptos. El significado de sus expresiones depende del contexto; mientras que toda expresión de (LP), en relación con una interpretación dada, denota una misma cosa siempre[74]. Por ello, para realizar una formalización correcta necesitamos: (i)

proposicionales son fórmulas. Pasos inductivos: F2. Si A y B son fórmulas, también lo son: $\neg A$, $(A \wedge B)$, $(A \vee B)$, $(A \rightarrow B)$ *y* $(A \leftrightarrow B)$*...[Ahora bien]* Si queremos demostrar que todas las fórmulas tienen la propiedad *P*, tenemos que hacerlo en dos pasos: Paso básico: (1) Todas las letras proposicionales tienen la propiedad P. Pasos Inductivos: (2) Si *A* y *B* tienen la propiedad *P*, entonces $\neg A$, $(A \wedge B)$, $(A \vee B)$, $(A \rightarrow B)$ *y* $(A \leftrightarrow B)$ tiene la propiedad *P*...[Por tanto un principio de inducción para fórmulas puede expresarse como] *todo conjunto de expresiones que contenga las letras proposiciones (regla F1) y esté cerrado bajo formación de fórmulas (reglas F2) contiene al de todas las fórmulas. Esto es, si un conjunto* $\boldsymbol{Q}$ *cumple las mencionadas reglas, entonces* $FORM(L0) \subseteq \boldsymbol{Q}$*, lo que significa que todas las fórmulas están en dicho conjunto*". Ib., 31-34.

70 "Este tipo de definición en el que unas cláusulas remiten a otras sin circularidad se denomina *definición recursiva*". QUESADA (1995): a.c., 74.

71 "Llamamos *subformulas* de una fórmula a todas aquellas partes de una fórmula que son también fórmulas" generadas por (i)-(iii). MANZANO-HUERTAS (2004): o.c., 32.

72 DÍEZ CALZADA (2002): o.c., 51.

73 En esta guía utilizaremos las siguientes convención: los paréntesis externos pueden suprimirse si no existe ambigüedad en la fórmula. Así en vez de escribir $(q \rightarrow s)$ podemos escribir $q \rightarrow s$.

74 MATES (1974): *Lógica matemática elemental*, 89.

identificar los enunciados atómicos componentes; (ii) asignar a cada enunciado atómico una letra proposicional y (iii) traducir la estructura del lenguaje natural con letras proposicionales y conectivas lógica.

Los enunciados atómicos son aquellos que no contienen conectivas lógicas explícitas (ni implícitas). Así, por ejemplo, el enunciado 'Pedro es franciscano y José es jesuita' no es un enunciado atómico; antes bien, es un enunciado molecular que contiene dos enunciados atómicos a saber: 'Pedro es franciscano' y 'José es jesuita'[75]. Al mismo tiempo el enunciado 'Jesús no es escolapio' no es un

75 Nosotros seguimos la convención de colocar en comillas simples los enunciados dentro de los párrafos. Hay que aclarar que los enunciados son, para nosotros, objetos (al menos en su forma escrita fácilmente accesible a la percepción sensorial) que son verdaderos o falsos. En palabras de Mates "Para decidir si un enunciado es simple o complejo, afirmativo o negativo, o si un enunciado contiene a otro como parte, no se requiere agudeza metafísica, sino sólo una capacidad visual que funcione normalmente. Una cuestión, inclusive, tan venerable y tan intrincada como la de saber si la conclusión de un argumento correcto es siempre algo que está contenido en las premisas, no resulta difícil de determinar si la planteamos con relación a enunciados. Pero la cosa es muy distinta cuando intentamos responder al mismo género de cuestiones refiriéndonos a proposiciones, aseveraciones, pensamientos y juicios. Las proposiciones, así se nos informa, son los sentidos o significados de los enunciados. Son como suele llamárselas, entidades abstractas, y, en cuanto tales, se dice que no ocupan espacio, ni reflejan la luz, no tiene principio ni fin...Parecidas dificultades surgen al hablar de aseveraciones; las cuales, por más que pretendan ser diferentes de las proposiciones, constituyen manifiestamente otra familia del mismo clan...Similares observaciones se aplican *mutatis mutandis*, a los pensamientos y los juicios. Los pensamientos, además de participar de la efímera cualidad de las proposiciones y las aseveraciones, presentan otra desventaja si se los considera como objetos de la lógica. Porque si la lógica se ocupa de los pensamientos, las leyes de la misma parecen convertirse en 'leyes del pensamiento', y la totalidad de esta disciplina se torna en un fragmento de anacrónica psicología. O se presentan las leyes de la lógica como descripciones de cómo piensa la gente (en cuyo caso son falsas), o se supone que describen cómo debería pensar la gente (en cuyo caso vuelven a ser falsas). Los juicios, por otra parte, son tal vez el más oscuro de todos los candidatos. De acuerdo con un autor (y es difícil encontrar dos que coincidan), un juicio es 'una acción de la mente, y consiste en comparar una con otras dos nociones o ideas de objetos, resultantes de la simple aprehensión, a fin de comprobar si concuerdan o difieren'...pero con seguridad que la cuestión de si, habiendo realizado un cierto acto mental, estamos capacitados para llevar otro distinto, es (si tiene, en absoluto, sentido alguno) una cuestión de hechos psicológicos...de estudio de procesos mentales de los seres humanos" Ib., 24-25. Nosotros evitaremos en lo posible la utilización de enunciados del tipo 'María cree que Juan es alto' (actitudes proposiciones), 'Él es el más grande', 'Estudio' que dependen de lo que crea alguien o del cuándo, dónde y por quién son utilizados. En otras palabras, la verdad o la falsedad del enunciado de la forma 'Creo que Platón es alto' no depende exclusivamente de la verdad o la falsedad del enunciado 'Platón es alto'.

enunciado atómico; es un enunciado que contiene un negador y por tanto es un enunciado molecular[76]. Después de identificar los enunciados podemos asignar a cada enunciado con una letra proposicional. Por ejemplo:

Si el hombre es creado, entonces es un ser limitado existencialmente. Si el hombre no es creado, entonces no vive en carne propia la inquietud existencial de la muerte. Se sigue que el hombre vive en carne propia la inquietud existencial de la muerte sólo si es un ser limitado existencialmente.

Para formalizar llevaremos a cabo los siguientes trámites: (i) identificar los enunciados atómicos componentes y (ii) asignar a cada enunciado atómico una letra proposicional:

Si el hombre es creado (p), entonces es un ser limitado existencialmente (q). Si el hombre no es creado, entonces no vive en carne propia la inquietud existencial de la muerte (r). Se sigue que el hombre vive en carne propia la inquietud existencial de la muerte sólo si es un ser limitado existencialmente.

Enunciados atómicos (esquema de abreviación):

p [77]= El hombre es creado

q = [El hombre] un ser limitado existencialmente

r = [El hombre] vive en carne propia la inquietud existencial de la muerte.

Finalmente traducir la estructura del lenguaje natural con letras proposicionales y conectivas lógica a partir del reemplazo de las conectivas monarias y binarias por los símbolos correspondientes:

Si__p__, entonces____q________. Si ____no p, entonces no ____r____. Por consiguiente ______r______sólo si ____q___.

Formalización:

$p \rightarrow q, \neg p \rightarrow \neg r$. Por consiguiente, $r \rightarrow q$

76 Los enunciados moleculares serán fórmulas moleculares en el lenguaje formal; del mismo modo que los enunciados atómicos serán fórmulas atómicas.

77 Este signo indica que un signo del lenguaje formal formaliza cierta expresión del lenguaje natural.

Podemos introducir un signo correspondiente a 'por consiguiente', así escribiremos: $\vdash$

Formalización (secuente):[78]

$p \rightarrow q, \neg p \rightarrow \neg r \vdash r \rightarrow q$

Ahora bien, antes de poder determinar si el secuente anterior es la formalización de un argumento válido debemos representar las conectivas lógicas con sus interpretaciones usuales (en este caso algunas construcciones del lenguaje natural).

Para la negación[79] usamos $\neg\varphi$ que se lee:

'No φ'

'Es falso que φ'

'No es cierto que φ'

Para la conjunción[80] $(\varphi \wedge \psi)$, puede leerse:

'φ y ψ'

'φ pero ψ'

'φ aunque ψ'

'φ y sin embargo ψ'

'φ a pesar de ψ'

La disyunción $(\varphi \vee \psi)$ (inclusiva)[81], se lee:

78 "Un secuente es un conjunto de fórmulas (realmente un esquema de argumento) que contiene un conjunto de suposiciones y una conclusión que se afirma que se sigue de ellas". VALDÉS VILLANUEVA (1989): a.c., 36. Aquí realizamos una distinción entre secuencia y secuente.

79 "La negación de un enunciado verdadero será falsa y la de uno falso será verdadera". MANZANO-HUERTAS (2004): o.c., 37. "La negación es verdadera si y sólo si el enunciado original es falso". QUINE (1972): o.c., 30.

80 "La conjunción de dos enunciados es verdadera si y sólo si ambos lo son". MANZANO-HUERTAS (2004): o.c., 37. "Una conjunción es verdadera si los dos enunciados que la componen son verdaderos; en caso contrario es falsa. Por consiguiente para determinar el *valor de verdad* (verdad o falsedad) de una conjunción, basta conocer los valores de verdad de los componentes". QUINE (1972): o.c., 27.

81 "La partícula 'o' del lenguaje ordinario tiene dos sentidos: a) Uno de ellos llamado *exclusivo* $[(\varphi \vee \psi) \wedge \neg (\varphi \wedge \psi)]$, según el cual la disyunción establece que uno de sus miembros es verdadero y el otro falso, con lo que se excluye, por tanto, la posibilidad de una simultánea

'φ o ψ'

'φ a menos que ψ'

'O bien φ o bien ψ o ambas'

Para el condicional[82] (φ → ψ), se lee:

'Si φ entonces ψ'

'Siempre que φ entonces ψ'

'Si φ, ψ'

'φ sólo si ψ'

'φ es condición suficiente de ψ'

'φ causa ψ'

'φ solamente si ψ'

'ψ si φ'

'Ψ es condición necesaria de φ'

---

verdad de ambos [o φ o ψ pero no ambos] ...b) Otras veces, en cambio, el uso vulgar de la partícula 'o' no excluye la verdad simultánea de los dos miembros de la disyunción. Es decir, al combinar dos proposiciones mediante la referida partícula, se indica que una al menos de esas dos proposiciones es verdadera, pero no se dice nada respecto de la otra, con lo cual no se excluye la posibilidad de que esa otra sea también verdadera¨. GARRIDO (1995[3]): o.c., 41. ¨Debemos decidir primero si vamos a construir ´o ´ en sentido *exclusivo*, correspondiente al latín ´aut´, o en un sentido *inclusivo*, correspondiente al latín ´vel´. Cuando se usa ´o´ en el sentido exclusivo, se considera el compuesto como verdadero únicamente si uno solo de los componentes es verdadero; la verdad conjunta de los componentes convierte al compuesto en falso. En este sentido, un compuesto con ´o´ puede ser expresado más claramente añadiendo las palabras ´pero no ambos´. Por otra parte, cuando se usa ´o´ en sentido inclusivo, se considera el compuesto como verdadero si al menos uno de los componentes es verdadero; la verdad conjunta de los componentes hace al compuesto en verdadero. Un compuesto con ´o´ en este sentido puede ser expresado más claramente añadiendo las palabras ´o ambos´, o admitiendo el barbarismo ´y/o´ ¨. QUINE (1972): o.c., 28-29.

82 "Un enunciado condicional es falso cuando el antecedente es verdadero y el consecuente falso, en el resto de los casos es verdadero". MANZANO-HUERTAS (2004): o.c., 38. "Todos los condicionales veritativos-funcionales que tienen antecedentes falsos, y todos aquellos que tienen consecuentes verdaderos, son verdaderos. Solamente son falsos aquellos que tienen antecedentes verdaderos y consecuentes falsos. QUINE (1972): o.c., 31.

Para el bicondicional[83] $(\varphi \leftrightarrow \psi)$, puede leerse:

'φ si y sólo si ψ'

'φ equivale a ψ'

'Si φ, entonces ψ, y si ψ, entonces φ.

'φ es necesario y suficiente para ψ'

Podemos resumir lo antes dicho con la siguiente tabla donde se muestra en tanto y en cuanto las conectivas lógicas expresan funciones de verdad (funciones que asignan valores de verdad a pares de valores de verdad)[84]. En este trabajo '1' y '0' corresponden a 'verdadero' y 'falso' respectivamente[85].

φ	$\neg\varphi$	φ	ψ	$(\varphi \wedge \psi)$	$(\varphi \vee \psi)$	$(\varphi \rightarrow \psi)$	$(\varphi \leftrightarrow \psi)$
1	0	1	1	1	1	1	1
0	1	1	0	0	1	0	0
0	1	0	1	0	1	1	0
0	0	0	0	0	0	1	1

83 "Un enunciado bicondicional es verdadero cuando y sólo cuando sus dos miembros son simultáneamente verdaderos o falsos". MANZANO-HUERTAS (2004): o.c., 38.

84 Una función es un "tipo de *relación* [conjunto de *pares ordenados* o de secuencias ordenadas extensionalmente definidos] en la que el primer elemento del par determina unívocamente al último". MANZANO-HUERTAS (2004): o.c., 393-409. "Se dice que el modo de composición de enunciados es *veritativo-funcional* si el valor de verdad del compuesto está determinado en todos los casos por los valores de verdad de los componentes". QUINE (1972): o.c., 27. "se dice que un compuesto proposicional o un compuesto sentencial es una función de verdad de las proposiciones o de las sentencias de que se compone cuando el valor de verdad del compuesto está determinado por el valor de verdad de los elementos (proposiciones o sentencias) constituyentes". FERRATER-MORA (1994): *Diccionario de filosofía*, 1409.

85 Verdadero es "aquello que está de acuerdo con lo que es". MANZANO-HUERTAS (2004): o.c., 393-409. "...1) la noción de 'verdad de un enunciado' no es absoluta, sino relativa a un lenguaje L, en el marco del cual se mueve el enunciado de cuya verdad se trate; 2) el predicado 'verdadero', como cualquier otra categoría de la semántica, no pertenece al lenguaje objeto, o lenguaje acerca del cual se habla, sino al metalenguaje, o lenguaje en el cual se habla acerca de otro lenguaje, y 3) comoquiera que el lenguaje ordinario carece de instrumental adecuado para distinguir con precisión entre lenguaje y metalenguaje, no está exento del riesgo de desembocar en contradicciones, razón por la cual la construcción de una definición rigurosa del concepto de 'enunciado verdadero' resulta posible tan sólo en los lenguajes formalizados". GARRIDO (1995^3): o.c., 166-167.

Ahora podremos responder en el próximo apartado si el secuente del ejercicio de marras es una formalización de un argumento válido. Ejercicios 21-35.

3.- Semántica formal: Consecuencia lógica

3.1.- Interpretación

Pasemos ahora a definir el concepto de consecuencia. Hemos afirmado que la noción de consecuencia es una secuencia de fórmulas (enunciados) donde una de los cuales (la conclusión) se sigue lógicamente de otras fórmulas (premisas). Ahora bien, para el concepto de consecuencia lógica no es relevante la verdad o falsedad de un enunciado de hecho sino, por el contrario, de una cierta relación entre las distintas asignaciones posibles de verdad o falsedad de los enunciados. Y como cada uno de los enunciados tienen un valor veritativo (por el principio de bivalencia), podemos precisar la relación entre fórmulas. Así, los valores veritativos de una fórmula atómica será verdadera o falsa; las fórmulas moleculares, en cambio, dependerá del valor veritativo de las atómicas que la componen y la estructura lógica de la molecular[86].

Así las fórmulas de (LP) se interpretan en un universo de dos valores {1, 0}. Por tanto necesitamos una función de interpretación para cualquier fórmula que asigna a cada fórmula un valor veritativo, es decir:

$\mathbf{I} : \mathrm{FORM\,(LP)} \rightarrow \{\, 1{,}0 \,\}$

Donde **I** es una interpretación que asigna a cada fórmula φ un valor veritativo. Ahora bien si φ es atómica se necesita conocer el valor veritativo de la fórmula atómica[87]; si φ es molecular, su valor veritativo dependerá del valor de **I**

86 DÍEZ CALZADA (2002): o.c., 63-64. "Como la estructura lógica de la fórmula molecular depende de las conectivas, bastará entonces saber: (i) el valor de las atómicas y (ii) *cómo se comportan las conectivas con los valores veritativos*". DÍEZ CALZADA (2002): o.c., 64.

87 "Hay tres grandes categorías. Tautologías, contingentes y contradicciones. [Las fórmulas contingentes] son fórmulas cuya tabla tiene como columnas principal una fórmula por 1's y 0's. [La contradicción] son fórmulas cuya tabla tiene como columna principal una formada exclusiva de 0's". MANZANO-HUERTAS (2004): o.c., 50-51. En otras palabras φ es satisfacible si y solo si es verdadera bajo alguna interpretación de sus atómicas constituyentes; φ es insatisfacible (contradictoria) si y solo si es falsa bajo cualquier interpretación. Así, "Las fórmulas se dividen pues en satisfacible y contradictorias (insatisfacible), en contingentes y tautológicas. Toda fórmula atómica es contingente. Las fórmulas moleculares pueden, en cambio, ser contingentes, tautológicas o contradictorias". DÍEZ CALZADA (2002): o.c., 71.

para las atómicas que constituyen φ y cómo se comporta **I** con las conectivas[88]. En otras palabras, podemos establecer la semántica a nuestras fórmulas de manera formal a partir del siguiente cuadro:

Negador:	**I** $(\neg\varphi) = 1$	sii[89]	**I** $(\varphi) = 0$
Conjunción:	**I** $(\varphi \wedge \psi) = 1$	sii	**I** $(\varphi) = 1$ y **I** $(\psi) = 1$
Disyunción:	**I** $(\varphi \vee \psi) = 0$	sii	**I** $(\varphi) = 0$ y **I** $(\psi) = 0$
Condicional:	**I** $(\varphi \rightarrow \psi) = 0$	sii	**I** $(\varphi) = 1$ y **I** $(\psi) = 0$
Bicondicional	**I** $(\varphi \leftrightarrow \psi) = 1$	sii	**I** $(\varphi) =$ **I** (ψ)[90]

Ejercicios 36-50.

88 Ib., 64. "...I es una función [que] asigna a cada elemento del conjunto FOR de todas las fórmulas un elemento del conjunto {1, 0} de valores veritativos: **I**: FOR → {1, 0}". Ib. Ib.

89 Se debe leer 'si y sólo si'.

90 "...podemos determinar si un conjunto de fórmulas {α1,... αn} es o no satisfacible. La idea es la misma. Intente hallar una interpretación que haga verdadera a todas: α_1,... αn
1 1
Si se logra, es satisfacible. Si no se logra, si al intentar que todas sean verdaderas a la vez nos vemos obligados a asignar a una misma atómica valores veritativos incompatibles, e.e. nos encontramos con que al menos una atómica debería ser a la vez verdadera y falsa, entonces el conjunto es insatisfacible...En realidad, como el lector atento quizás haya advertido, este método se aplica de modo general a la determinación de la satisfacibilidad de conjuntos, y su aplicación a fórmulas condicionales puede considerarse como un caso particular. En efecto, los apartados anteriores vimos, por un lado, que un condicional α →β es tautológico syss el conjunto {α, ¬β} es insatisfacible. De ambas cosas se sigue que (α_1∧∨... ∧αn) →β es tautológica syss { α_1∧... ∧αn, ¬β} es insatisfacible. Y esto es lo que corresponde con la aplicación del método abreviado a la determinación de la tautologicidad de condicionales con antecedentes conyuntados...El condicional α1∧... ∧αn →β es tautológico syss no hay interpretación tal que (α_1∧... ∧αn) →β
1 1 0
Y el conjunto { α_1∧... ∧αn, ¬β} es insatisfacible syss no hay ninguna interpretación tal que α_1∧... ∧αn ¬β,
1 1 1
Lo cual equivale a que no haya ninguna interpretación tal que α_1∧... ∧αn ¬β
1 1 0". Ib.,74-75.

3.2.- Tablas de verdad

El método de tablas de verdad[91] es un método algorítmico para determinar las propiedades semánticas[92] de satisfacibilidad, validez y consecuencia[93]. Ahora bien, como hemos afirmado que el valor veritativo de una fórmula molecular depende del valor veritativo de sus atómicas constituyentes y de su estructura lógica, la tabla de verdad nos permite: a) determinar si un razonamiento es válido o no; b) determinar si un conjunto de fórmulas es satisfacible y c) clasificar las fórmulas (en un número finito de pasos, en tautologías, contradicciones y contingentes[94].

Ahora bien, ¿cómo construimos una tabla de verdad?[95] En principio necesitamos determinar el número posible de distintas interpretaciones a partir de las atómicas constituyentes. Si una fórmula molecular tiene *n atómicas diferentes*,

91 "...las tablas de verdad proporcionan un *procedimiento efectivo*, esto es: un procedimiento que puede ser ejecutado en un número finito de pasos para decidir los valores de verdad que toma una fórmula arbitraria de la lógica proposicional, para todas las asignaciones posibles de valores de verdad a sus variables. Esto nos permite decidir en un número finito de pasos cuando determinada proposición es una tautología y, por tanto, una verdad de la lógica proposicional... En este caso, decimos que tenemos un *método o procedimiento de decisión* para la lógica proposicional, o que la lógica proposicional es *decidible"*. VALDÉS VILLANUEVA (1989): a.c., 39-40.

92 "La noción de consecuencia lógica, y las relacionadas de *equivalencia lógica* y *verdad lógica*, se califican de *semánticas*, pues hacen uso esencial de una propiedad semántica de las proposiciones, su ser verdaderas o ser falsas". DÍEZ CALZADA (2002):o.c., 63. Satisfacible: "*fórmula* o *conjunto* de fórmulas para el que existe una *interpretación* que las hace simultáneamente verdaderas". Interpretación: "*función* definida recursivamente (sobre la construcción de las fórmulas) y que confiere al lenguaje un valor referencial o denotativo. [En Lógica proposicional] extiende una *asignación* para que toda fórmula adquiera valor de verdad". Validez: "*fórmula* verdadera bajo toda interpretación". Consecuencia: "relación que se establece entre un conjunto de fórmulas que se toman como *premisas* o *hipótesis* y otra a la que se denomina *conclusión*, en virtud de la cual toda interpretación que satisface las hipótesis, satisface la conclusión". Recursivo: "procedimiento que permite demostrar que las fórmulas de un conjunto infinito poseen una determinada propiedad, basándose en que la verifican sus partes constituyentes". MANZANO-HUERTAS (2004): o.c., 393-409.

93 Ib., 47.

94 Ib., 48.

95 "...para ciertos fines va a ser necesario determinar el valor veritativo de una fórmula molecular para todas y cada una de las posibles interpretaciones de sus atómicas constituyentes, esto es, el conjunto completo de posibilidades veritativas de una molecular en función de las posibilidades veritativas de sus atómicas constituyentes". DÍEZ CALZADA (2002): o.c., 66.

entonces hay 2^n interpretaciones posibles[96]. Tomemos el ejercicio anterior. Tres enunciados atómicos, por tanto serán 2^3 interpretaciones posibles. En este caso tendremos 8 filas para tres enunciados[97]. El secuente es: $p \to q,\ \neg p \to \neg r \vdash r \to q$

	p	$\neg p$	q	r	$\neg r$	$p \to q,$	$\neg p \to \neg r$	$\vdash r \to q$
(i)	1	0	1	1	0	1	1	1
(ii)	1	0	1	0	1	1	1	1
(iii)	1	0	0	1	0	0	1	0
(iv)	1	0	0	0	1	0	1	1
(v)	0	1	1	1	0	1	0	1
(vi)	0	1	1	0	1	1	1	1
(vii)	0	1	0	1	0	1	0	0
(viii)	0	1	0	0	1	1	1	1

Ahora bien, un secuente es tautológico $A_1, A_2\, A_3, \ldots, An \vdash B$ cuando no existe la posibilidad para lo cual $A_1, A_2\, A_3, \ldots, An$ tomen valor veritativo verdadero como en las líneas (i), (ii), (vi) y (viii) y B tome el valor veritativo falso[98]. Otra manera de verificar que un secuente es tautológico cuando escribimos el condicional asociado correspondiente. [99]

96 Ib., 67. Recordemos que toda fórmula de (LP) se interpreta en un universo de dos valores {1, 0}.

97 "1° Calcular el número de filas de la tabla. Este número se calcula a partir del número de variables enunciativas que intervienen en la fórmula; para n variable será 2n el número de filas de que ha de constar la tabla. 2° Confección de columnas iniciales. Una vez calculado el número de líneas, se encabezarán con cada una de las variables (por orden alfabético si no procede otro mejor) sendas columnas que serán las iniciales de la tabla". GARRIDO (1995[3]): o.c., 77.

98 "Las *filas* de una tabla de verdad nos permiten determinar si un conjunto de fórmulas es satisfacible. **Satisfacibilidad**: Sea Γ un conjunto de fórmulas es satisfacible si la tabla de verdad del conjunto Γ contiene una fila formada exclusivamente por 1's. Sea Γ = {G1, G2, ...Gn}". MANZANO-HUERTAS (2004): o.c., 51.

99 "Para formar el condicional correspondiente de cualquier argumento formalizado tenemos solamente que tomar como antecedente del condicional que vamos a formar la conjunción de las premisas del argumento (o suposiciones del secuente), y como consecuente su conclusión". VALDÉS VILLANUEVA (1989): a.c., 38.

$((p \rightarrow q) \wedge (\neg p \rightarrow \neg r)) \rightarrow (r \rightarrow q)$[100]

	p	$\neg p$	q	r	$\neg r$	$((p \rightarrow q)$	$\wedge$	$(\neg p \rightarrow \neg r))$	$\rightarrow$[101]	$(r \rightarrow q)$
(i)	1	0	1	1	0	1	1	1	1	1
(ii)	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1
(iii)	1	0	0	1	0	0	0	1	1	0
(iv)	1	0	0	0	1	0	0	1	1	1
(v)	0	1	1	1	0	1	0	0	1	1
(vi)	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1
(vii)	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0
(viii)	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1
						(i)	*(iii)*	*(ii)*	*(v)*	*(iv)*

El argumento es un secuente tautológico porque la última columna (en el caso nuestro la columna *(v)*) que tiene exclusivamente 1's[102]. Ejercicios 51-70.

100 Un argumento es válido si su condicional correspondiente es una tautología.

101 Vid. n 80. Hemos simplificado la resolución de la tabla de la verdad por razones técnicas; debe seguirse el orden de los números romanos en las columnas.

102 Una fórmula es satisfacible cuando la tabla de verdad tiene como columna principal al menos un 1.

3.3.- Consecuencia lógica[103], verdad lógica[104], equivalencia lógica[105]: $\models$

En los apartados anteriores hemos trabajado los conceptos de interpretación y tablas de verdad. Ahora podemos dar una definición formal (en el ámbito exclusivo del número de premisas finitas) de la noción de consecuencia lógica, a saber:

Def: Una fórmula ψ es *consecuencia lógica* de un conjunto de otras fórmulas $\{\varphi_1,\ldots,\varphi n\}$ ['$\{\varphi_1,\ldots,\varphi n\} \models \psi$'] sii *def* para toda **I**, si **I** $(\varphi_1)=1$ y...**I** $(\varphi n)= 1$ entonces **I** $(\psi)= 1$[106].

103 La consecuencia lógica es una relación entre un conjunto de fórmulas, de un lado, y una fórmula, de otro. "*Una fórmula C es* ***consecuencia*** *de un conjunto de fórmulas* Γ *–y escribimos* $\Gamma \models$ *C—syss todo modelo de* Γ *lo es también de C; es decir, toda interpretación que hace verdadera a cada fórmula de* Γ, *hace verdadera a* C". MANZANO-HUERTAS (2004): o.c., 61. ["*Dada una interpretación* ζ *tal que* ζ (C) =1, *decimos que* ζ *satisface a la fórmula C o que C* ***es verdad en*** ζ; *o también que* ζ ***es modelo*** *de la fórmula C*". MANZANO-HUERTAS (2004): o.c., 59. Una fórmula o conjunto de fórmulas es ***satisfacible*** si existe una *interpretación* que las hace simultáneamente verdaderas.

104 La verdad lógica es una propiedad de fórmulas. "*Una fórmula C es* ***válida*** *–y escribimos* $\Gamma \models$ *C— syss* $\varnothing \models C$; *es decir, toda interpretación hace verdadera a C. De manera que las formulas válidas son las tautologías*". MANZANO-HUERTAS (2004): o.c., 61.

105 La equivalencia lógica es una relación entre fórmulas. Usaremos el signo Ξ para expresar el **metaconcepto** que es una relación binaria establecida en el metalenguaje. Además, la equivalencia es una "relación binaria que se establece entre *fórmulas* cuyos *valores de verdad* coinciden para cualquier interpretación". Ib., 393-409. "Dos fórmulas C y D son lógicamente equivalentes si y solo si $C \models D$ y $D \models C$". Ib. Ib.

106 DÍEZ CALZADA (2002): o.c., 76. "Ahora bien tenemos la noción de consecuencia lógica perfectamente clara, bien definida. Pero una cosa es tener la noción clara y otro disponer de un criterio o procedimiento para determinar cuándo se aplica, esto es, para determinar si se cumple lo que la definición establece. ¿Tenemos un procedimiento para determinar si hay o no alguna interpretación que haga verdaderas a ciertas fórmulas y falsas a otras? Sí. Puesto que sea cual sea el número de atómicas involucradas en $\alpha_1,\ldots, \alpha n$ y β siempre será finito, será también finito el número de diferentes interpretaciones posibles y no tenemos más que inspeccionar todas para saber si alguna de ellas hace verdaderas a $\alpha_1,\ldots, \alpha n$ y falsa a β. Este es el tipo de información que podemos obtener mediante las tablas de verdad, o los métodos abreviados...El modo más inmediato de comprobar si β es o no consecuencia de $\{\alpha_1,\ldots, \alpha n\}$ es estudiar la fórmula condicional $(\alpha_1\wedge\ldots\wedge\alpha n) \rightarrow \beta$, pues de la definición de consecuencia lógica se sigue que si β es consecuencia de $\{\alpha_1,\ldots, \alpha n\}$, entonces dicho condicional es tautológico. En efecto, si β es consecuencia de $\alpha_1,\ldots, \alpha n$ y falsa a β, y por tanto tampoco habrá ninguna interpretación que haga verdadera a $(\alpha_1\wedge\ldots\wedge\alpha n)$ y falsa a β. Pero entonces, ninguna interpretación hace verdadero al antecedente y falso el consecuente de $(\alpha_1\wedge\ldots\wedge\alpha n) \rightarrow \beta$, esto dicha fórmula condicional es tautológica". Ib. Ib.

Esta definición tiene como corolario lo siguiente: $\{\varphi_1, \ldots, \varphi n\} \vDash \psi$ sii $(\varphi_1 \wedge \ldots \wedge \varphi n) \rightarrow \psi$ es tautológica sii $\{\varphi_1, \ldots, \varphi n, \neg\psi\}$ es insatisfacible.

Con ello podemos dar una segunda definición que está estrechamente relacionada con la consecuencia lógica, a saber: la verdad lógica:

Def: Una fórmula φ es una verdad lógica '$\vDash\varphi$' sii *def* para toda **I**, $\mathbf{I}(\varphi)=1$[107].

A su vez esta definición tiene como corolario que las tautologías y sólo ellas son las verdades lógicas, a saber: $\vDash \varphi$ sii φ es tautológica[108].

Finalmente la noción de equivalencia. Dos fórmulas son equivalentes cuando reciben el mismo valor veritativo bajo cualquier interpretación. Así podemos definir la equivalencia:

Def: Dos fórmulas φ y ψ son lógicamente equivalentes sii para toda **I**, $\mathbf{I}(\varphi) = \mathbf{I}(\psi)$.[109]

107 Ib., 78. "La idea intuitiva es que la verdad lógica es una fórmula que es verdadera, no "en virtud de cómo es el mundo", sino *en virtud de su forma lógica.* Dado el comportamiento semántico de las conectivas, algunas fórmulas resultan verdaderas *independientemente de si sus atómicas constituyentes son verdaderas o falsas*, sólo por estar formadas por esas conectivas de ese modo específico. Eso es lo que quiere decir que no son verdaderas en virtud de cómo es el mundo sino de su forma lógica. Recuerde el lector que cada interpretación diferente de las atómicas, cada fila de la tabla de verdad, es un modo entre muchos posibles de "cómo podrían ser las cosas", esto es, una situación posible, uno de los diferentes modos en que el mundo podría ser (por lo que a las atómicas involucradas se refiere). Habrá adivinado entonces que la verdad lógica, si es una fórmula verdadera independientemente de cómo sea el mundo, independientemente de la verdad o falsedad de sus atómicas constituyentes, no es entonces sino una fórmula que resulta verdadera bajo cualquier interpretación". Ib., 77-78.

108 Ib., 78. "Hay innumerables verdades lógicas...Vamos a mencionar aquí únicamente (esquemas de) algunas de ellas especialmente destacadas...(1) principio de no contradicción: $\vDash \neg(\alpha \wedge \neg \alpha)$ (2) Ley de tercio excluso: $\vDash \alpha \vee \neg \alpha$ (3) Principio de identidad: $\vDash \alpha \rightarrow \alpha$ (4) ley de Clavius: $\vDash (\neg\alpha \rightarrow \alpha) \rightarrow \alpha$ (5) Reductio: $\vDash (\alpha\rightarrow (\beta\wedge\neg\beta)) \rightarrow \neg\alpha$ (6) Ley de Escoto: $\vDash \neg\alpha \rightarrow (\alpha \rightarrow \beta)$ (7) Ley de Peirce: $\vDash ((\alpha \rightarrow\beta)\rightarrow \alpha) \rightarrow \alpha$ (8) Afirmación del antecedente $\vDash ((\alpha \rightarrow\beta) \wedge \alpha) \rightarrow \beta$ (9) Negación del consecuente: $\vDash ((\alpha \rightarrow\beta) \wedge \neg\beta) \rightarrow \neg\alpha$ (10) Antecedente contradictorio: $\vDash(\alpha\leftrightarrow\neg\alpha) \rightarrow \beta$ (11) Consecuente válido: $\vDash \beta \rightarrow (\alpha \rightarrow \beta)$ ". Ib.ib. v

109 Ib., 79. El esquema de algunas equivalencias lógicas: (1) Doble negación. $\varphi\Xi \neg \neg \varphi$ (2) Leyes de Morgan $\neg(\varphi\wedge\psi)\Xi\neg\varphi\vee \neg\psi$ (3) $\neg(\varphi\vee\psi)\Xi\neg\varphi\wedge\neg\psi$. Los conceptos de consecuencia lógica, verdad lógica y equivalencia lógica son un transito necesario para comprender las tablas semánticas. No obstante, en esta guía para teólogos no podemos demostrar estos conceptos porque en este trabajo solamente utilizaremos las tablas semánticas como un procedimiento sintáctico de prueba, un cálculo deductivo. Vid. MANZANO-HUERTAS (2004): o.c., 59-70. Además del apéndice C [Metalógica] que está en el CD acompaña el libro de Manza-

no y Huertas, BARWISE-ETCHEMENDY (1999): *Language, Proof and Logic*; GAUKER (2007): "A Second Course in Logic"; HAMILTON (1981): *Lógica para matemáticos;* HUNTER (1981): *Metalógica;* QUINE (1972): *Lógica matemática;* SMULLYAN (1995²): *First-Orden Logic.* Ahora bien, en nuestra ponencia presentada en el II taller de didáctica de la lógica presentamos una tesis: la lógica de segundo orden (LSO) puede ser enseñada con el texto de Manzano-Huertas. En efecto, al no querer entrar en los procelosos mares de la teoría de conjuntos ni enseñar lógica de segundo orden con una estructura estándar libre de presupuestos ontológicos, como podría enseñarse, por ejemplo, lógica modal [CHELLAS (1980): Modal Logic, 3-206; GAUKER (2007): o.c., 142-160] sin haber enseñado lógica proposicional, nos permitimos esbozar nuestra propuesta: realizar un análisis exhaustivo del concepto de consecuencia lógica como concepto fundamental de la lógica e intentar caracterizar las diferencias fundamentales de LPO (Lógica de primer orden) y LSO. Para ello no deberíamos salir de *Lógica para principiantes.* Para enseñar lógica de segundo orden debemos partir de la lógica de primer orden (*sin presuponerla*) y demostrar que la relación de consecuencia lógica es finita en LPO (es compacta), y no lo es en la lógica de segundo orden. Nos dice Jané que "la relación de consecuencia de un lenguaje es de carácter finito si y sólo si la lógica de este lenguaje es compacta. Que la lógica de un lenguaje sea compacta significa que siempre que todo subconjunto finito de un conjunto de sentencias de este lenguaje tenga un modelo, el conjunto infinito también lo tendrá" JANÉ (1995): "Lógica de orden superior", 114. Con lo cual podremos demostrar la equivalencia de la compacidad de una lógica y el carácter finito de la relación de consecuencia en LPO [JANÉ (1995): l.c. MOSTERÍN (1976): *Lógica de primer orden*, 107-138]. Esto se logra, al fin y al cabo, porque el teorema de compacidad es de naturaleza puramente semántica y puede ser resuelto sin apelar a la noción de deducibilidad: combinando los modelos de los conjuntos finitos para construir el del conjunto infinito [MANZANO (1989): *Teoría de modelos*, 20]. Pero para enseñar y demostrar esta propiedad, debemos estudiar la metateoría de la lógica de primer orden con rigor y precisión. Por tanto, afirmamos que podemos enseñar LSO desde la metateoría de primer orden a partir de los materiales presentados en *Lógica para principiantes* por Manzano y Huertas que complementaremos con los apuntes de clases del profesor Gauker. Lo relevante de esta propuesta, desde el punto de vista pedagógico y didáctico, es que podemos estudiar los textos en versión PDF y, al disponer de la plataforma gratuita de estos materiales en Internet, estimulamos el proceso de aprendizaje tan importante en la enseñanza de la lógica. El contenido temático del curso podría ser el siguiente: 1.- Validez en LPO (definir estructura, interpretación y verdad en una estructura); 2.- Corrección de LPO; 3.- Completud de la lógica proposicional; 4.- Completud de LPO; 5.- Lógica de segundo orden (lenguaje y semántica de LSO). Esto significa que tendríamos que presentar la metateoría de primer orden para poder mostrar las limitaciones de la lógica de segundo orden (y con ello de la lógica de orden superior) al no tener una validez recursivamente enumerable. En la lógica de primer orden no sólo no tenemos tablas de verdad, sino que se puede demostrar que la lógica de primer orden no es decidible, i.e, no existe ningún procedimiento efectivo (o algoritmo) que en un número finitos de pasos nos diga si una fórmula es válida o no lo es. ID: (2004): o.c., 308].Además, demostrar plausiblemente que la misma noción de lógica de segundo orden no está extensionalmente bien determinada [MOSTERÍN (2004): "Lógica y teoría de conjuntos", 236-237] y, finalmente, explicitar la tensión existente entre lo que sabemos y lo que podemos probar [sabemos por

4.- TABLAS SEMÁNTICAS

Las tablas semánticas son 1) un procedimiento sintáctico[110] de prueba[111], un cálculo deductivo y 2) un procedimiento semántico[112] de búsqueda de modelos que cumpla ciertos requisitos.[113] Ahora bien también puede verse como un procedimiento sistemático de búsqueda de contraejemplos[114], un procedimiento refutativo. Para la construcción de tablas semánticas para LP, se coloca en columna una tras otra las premisa iniciales y la negación de la conclusión[115].

el teorema de Lindström que la lógica de primer orden es la lógica más potente que verifica simultáneamente completud, compacidad y Löwenheim-Skolen. MANZANO (2001): "Una nueva prueba de la incompletud de la lógica de segundo orden", 51].

110 "Bajo un tal criterio [sintáctico] el problema de la deducción es el problema de la derivación formal. Dado un argumento cualquiera, el modo sintáctico de resolverlo consiste en tratar de obtener la conclusión deseada, por aplicación de reglas de inferencias, y a partir de las premisas, pero sin tener en cuanta el valor de verdad de éstas". GARRIDO (1995^3): o.c., 111.

111 No demostraremos los teoremas de *adecuación* y *suficiencia*. Vid. MANZANO-HUERTAS (2004): o.c., 92-93.

112 "El fundamento de este criterio es que si la deducción es correcta, no es posible, por definición, que las premisas sean verdaderas y la conclusión falsas. De acuerdo con ello, cabe ensayar el intento de añadir a las premisas la hipótesis de la falsedad de la conclusión y buscar un *contraejemplo* o contramodelo, esto es, una interpretación que satisfaga las exigencias del tal conjunto de enunciados (haciendo así compatible la verdad de las premisas con la falsedad de la conclusión) El hallazgo del contraejemplo invalidaría, obviamente, el argumento. Pero también puede suceder que la búsqueda termine ante una contradicción, en cuyo caso el problema de deducir la conclusión del argumento a partir de las premisas iniciales queda resuelto en sentido positivo". GARRIDO (1995^3): o.c., 111-112.

113 MANZANO-HUERTAS (2004): o.c., 76.

114 "Decir que ciertas premisas implican una conclusión es negar que quepa encontrar un caso en el que todas las premisas sean verdaderas pero la conclusión falsa. Tal caso se denomina *contraejemplo*". JEFFREY (1986): *Lógica formal: su alcance y sus límites*, 85.

115 "Sea $\Gamma = \{A_p ...An\}$ un conjunto de fórmulas de la lógica proposicional. Construiremos un *tableau para* Γ empezando con $\{A_p ...An\}$ y aplicando las reglas de los *tableaux*. Un tableau para Γ será un árbol invertido que puede contener ramas cerradas mediante $\otimes$ y que verifica lo siguiente: 1. Cada fórmula que ocurre en una rama del árbol está en Γ o se ha obtenido a partir de otra fórmula de la misma rama mediante alguna de las reglas de expansión. 2. Una rama está cerrada sólo cuando en ella aparecen contradicciones explícitas: o bien una fórmula B y su negación $\neg B$,...3. Las fórmulas iniciales del árbol son las de la lista o bien $A_p ...An$. Las reglas de expansión nos permite descomponer sistemáticamente a las fórmulas, obteniendo como resultado otras más simples, y están diseñadas para que la fórmula *input* y la (o las) fórmula *output* signifiquen lo mismo. La descomposición finaliza cuando o bien se obtienen contradicciones explícitas o no se pueden aplicar más reglas, pues todas las formas han sido transformadas". MANZANO-HUERTAS (2004): o.c., 79-80.

"$\Gamma \vDash C$ syss $\Gamma \cup \{\neg C\}$ es insatisfacible"[116]

En otras palabras nuestras reglas de inicio parte del conjunto de fórmulas $\Gamma = \{A_1,...An\}$ donde están las premisas y la negación de la conclusión y se colocan en una columna:

A_1.

An

Después utilizamos las reglas de expansión[117] para cada conectiva y para su negación. Las reglas[118] para operar todas las conectivas son las siguientes:

116 "Si $\{\alpha_1,...,\alpha n\}$ es insatisfacible, entonces para toda β: $\{\alpha_1,...,\alpha n\} \vDash \beta$". DÍEZ CALZADA (2002): o.c., 77.

117 Ésta es una simplificación de la notación uniforme de Smullyan: "A unifying Notation. It will save us considerable repetition of essentially the same arguments in our subsequent development if we use the following unified notation which we introduced in [2]. [9-14] We use the letter "α" to stand for any signer formula of type A—i.e. of one of the five forms T(X∧Y), F(XvY), F(X[→]Y), T~ X, F~ X. For every such formula α, we *define* the two formulas α_1 and α_2 as follows:
If α = T(X∧Y), then α_1 = TX and α_2 = TY.
If α = F(XvY), then α_1 = FX and α_2 = FY.
If α = F(X[→]Y), then α_1 = TX and α_2 = FY.
If α = T~ X, then α_1 = FX and α_2 = FX.
If α = F~ X, then α_1 = TX and α_2 = TX.
...We note that under any interpretation, α is true iff α_1, α_2 are *both* true. Accordingly, we shall also refer to an α as formula of *conjunctive* type...In any interpretation, β is true iff *at least one* of the pair β_1, β_2 is true. Accordingly, we shall refer to any β-type formula as a formula of *disyuntive* type. SMULLYAN (1995^2): o.c., 20-21.

118 "En primer lugar, ¿qué es una regla de inferencia? ¿cuántas reglas de inferencias hay o puede haber?...infinitas. Pues bien: infinitas son también en número las reglas de inferencias. Y ello por la sencilla razón de que a cada ley corresponde una regla y a cada regla corresponde una ley. El conjunto de las leyes y el conjunto de las reglas son equivalentes. Una ley y una regla son lo mismo, sólo que dicho de dos maneras distintas. Una ley es un enunciado de la lógica. Una regla, también, pero una ley es el enunciado de un esquema válido de inferencia, mientras que una regla es el enunciado de una instrucción para realizar una inferencia válida...las leyes están escritas en el lenguaje de cálculo...las reglas lo están en el metalenguaje". DEAÑO (1999): o.c., 134.

DN[119]

$$\begin{array}{c} \neg\neg\varphi \\ \hline \varphi \end{array}$$

VC[120]

$$\begin{array}{c} (\varphi \wedge \psi) \\ \hline \varphi \\ \psi \end{array}$$

FC[121]

$$\begin{array}{cc} \multicolumn{2}{c}{\neg(\varphi \wedge \psi)} \\ \hline \neg\varphi & \neg\psi \end{array}$$

FD[122]

$$\begin{array}{c} \neg(\varphi \vee \psi) \\ \hline \neg\varphi \\ \neg\psi \end{array}$$

VD[123]

$$\begin{array}{cc} \multicolumn{2}{c}{(\varphi \vee \psi)} \\ \hline \varphi & \psi \end{array}$$

FCO[124]

$$\begin{array}{c} \neg(\varphi \rightarrow \psi) \\ \hline \varphi \\ \neg\psi \end{array}$$

VCO[125]

$$\begin{array}{cc} \multicolumn{2}{c}{(\varphi \rightarrow \psi)} \\ \hline \neg\varphi & \psi \end{array}$$

---

119 Regla de doble negación (DN).
120 Regla de verdad de la conjunción (VC).
121 Regla de falsedad de conjunción (FC).
122 Regla de falsedad de la disyunción (FD).
123 Regla de verdad de la disyunción (VD).
124 Regla de falsedad del condicional (FCO).
125 Regla de verdad del condicional (VCO).

$$\begin{array}{ccc} & (\varphi \leftrightarrow \psi) & \\ \text{VB[126]} & \swarrow \quad \searrow & \\ \varphi & & \neg\varphi \\ \psi & & \neg\psi \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{ccc} & \neg\,(\varphi \leftrightarrow \psi) & \\ \text{FB[127]} & \swarrow \quad \searrow & \\ \varphi & & \neg\varphi \\ \neg\psi & & \psi \end{array}$$

Finalmente, utilizamos la regla[128] para cerrar las ramas cuanto tengamos una contradicción explícita φ y$\neg\varphi$[129]. Demostraremos algunos teoremas (verdades lógicas) por tablas semánticas[130]. Ejercicios 71-125.

---

126 Regla de verdad del bicondicional (VB).

127 Regla de falsedad del bicondicional (FB).

128 La reglas se dividen en α *y* β. Las reglas α (no se bifurcan las ramas) son a) de $\varphi \wedge \psi$ se deduce φ y ψ; b) de $\neg(\varphi \vee \psi)$ se deduce $\neg\varphi$ y $\neg\psi$ y c) de $\neg\,(\varphi \rightarrow \psi)$, se deduce φ y $\neg\psi$. Las reglas β (se bifurcan las ramas) son a) de $(\varphi \vee \psi)$, se deduce φ y en una nueva rama ψ; b) de $\neg\,(\varphi \wedge \psi)$, se deduce $\neg\varphi$ y en una nueva rama separada $\neg\psi$ y c) de $(\varphi \rightarrow \psi)$, se deduce $\neg\varphi$ y en una nueva rama separada ψ. MANZANO-HUERTAS (2004): o.c., 80.

129 "Las reglas de los tableaux no son deterministas; nos dicen qué *podemos hacer*, pero no lo que *debemos hacer*. Nos permiten elegir qué fórmula transformamos primero, incluso dejar algunas sin transformar si vemos que la rama se puede cerrar sin ellas. Nos permite cerrar ramas al hallar contradicciones, sin necesidad de convertir las fórmulas en literales. Así las cosas con la elección adecuada se puede simplificar los tableaux. Esto es importante tanto al hacer los tableaux manualmente como al diseñar un programa para que lo haga el ordenador. Estos son mis consejos:
Descomponer primero las fórmulas que no abran ramas; es decir, usar las α-reglas y las σ-reglas antes que las β-reglas.
Dar prioridad a la descomposición de fórmulas que cierren ramas.
Parar cuando el problema esté resuelto (para demostrar satisfacibilidad basta con encontrar una rama abierta completa).
Cuando no sirvan las estrategias anteriores, empezad por las fórmulas más complejas (habrá luego menos ramas en las que desarrollar las fórmulas complejas)". Ib., 84.

130 En esta guía utilizamos las tablas semánticas para obtener satisfacibilidad, consecuencia y clasificación de las fórmulas (soslayamos el hallar soluciones razonables de un problema que estaría en concordancia con los intereses, por ejemplo, de los abogados). Para obtener *satisfacibilidad* construimos una tabla semántica para el conjunto Γ de fórmulas; es satisfacible cuando existe una rama abierta e insatisfacible cuando las ramas están cerradas. Obtenemos *consecuencia* cuando tenemos una conclusión y queremos saber si la conclusión se sigue de las premisas; construimos una tabla semántica donde estén las premisas y la negación de la conclusión. Si todas las ramas están cerradas determinamos las consecuencia del tableau Γ U $\{\neg C\}$. Finalmente podemos clasificar las fórmulas; construimos un árbol lógico para la

Modus ponendo ponens

$p \rightarrow q, p, \neg q$

p

$\neg q$

$\neg p \qquad q$

$\otimes \qquad \otimes$

Modus tollendo tollens

$\{p \rightarrow q, \neg q, \neg\neg p\}$

$\neg q$

$\neg\neg p$

$\neg p \qquad q$

$\otimes \qquad \otimes$

Silogismo disyuntivo

$\{p \vee q, \neg p, \neg q\}$

$\neg p$

$\neg q$

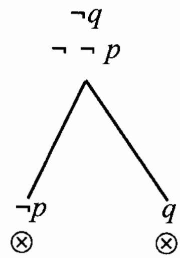
$p \qquad q$

$\otimes \qquad \otimes$

fórmula y obtenemos: a) una *contradicción* cuando en el tableau de C todas las ramas están cerradas; b) *satisfacible* cuando hay una rama abierta pero para saber si la fórmula satisfacible es contingente o tautológica, construimos la $\neg C$ c) *tautología*: cuando $\neg C$ tiene todas las ramas cerradas *y d) contingencia* cuando C y ¬C tienen al menos una rama abierta. Ib., 89-90.

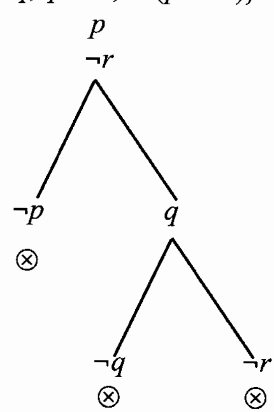
Contraposición

$\{p \rightarrow q,\ \neg(\neg q \rightarrow \neg p)\}$



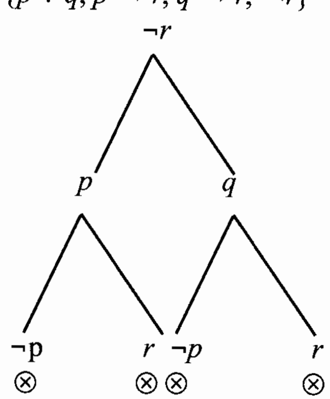
Silogismo

$\{p \rightarrow q, q \rightarrow r,\ \neg(p \rightarrow r)\}$

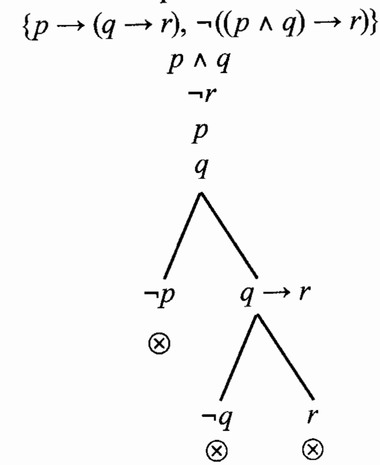


Dilema

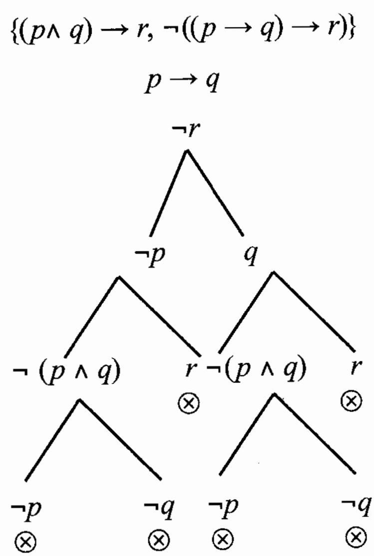
$\{p \vee q, p \rightarrow r, q \rightarrow r,\ \neg r\}$



Importación



Exportación



Definición del condicional 1

$\{p \rightarrow q, \neg\neg(p \wedge \neg q)\}$

p

$\neg q$

$\neg p \qquad q$

$\otimes \qquad \otimes$

Definición del condicional 2

$\{p \rightarrow q, \neg\ (\neg\, p \vee q)\}$

$\neg\ \neg\, p$

$\neg q$

$\neg p \qquad q$

$\otimes \qquad \otimes$

Definición de la conjunción 1

$\{\mathrm{p} \wedge \mathrm{q}\,,\ \neg\ \neg\ (\mathrm{p} \rightarrow \neg \mathrm{q})\}$

p

q

$\neg \mathrm{p} \qquad \neg\ \mathrm{q}$

$\otimes \qquad \otimes$

Definición de la conjunción 2

$\{p \wedge q\ ,\ \neg\neg(\neg p \vee \neg q)\}$

p

q

$\neg p \qquad \neg q$

$\otimes \qquad \otimes$

Definición de la disyunción 1

$\{\mathrm{p} \vee \mathrm{q}\ ,\ \neg(\neg \mathrm{p} \rightarrow \mathrm{q})\}$

$\neg \mathrm{p}$

$\neg \mathrm{q}$

$\mathrm{p} \qquad \mathrm{q}$

$\otimes \qquad \otimes$

Definición de la disyunción 2

$\{p \vee q\ ,\ \neg\neg(\neg p \wedge \neg q)\}$

$\neg p$

$\neg q$

$p \qquad q$

$\otimes \qquad \otimes$

De Morgan 1

$$\{\neg (p \wedge q), \neg(\neg p \vee \neg q)\}$$

$$\neg\neg p$$

$$\neg\neg q$$

$$\begin{array}{cc} & \\ \neg p & \neg q \\ \otimes & \otimes \end{array}$$

De Morgan 2

$$\{\neg (p \vee q), \neg(\neg p \wedge \neg q)\}$$

$$\neg p$$

$$\neg q$$

$$\begin{array}{cc} & \\ \neg\neg p & \neg\neg q \\ \otimes & \otimes \end{array}$$

BIBLIOGRAFÍA

ACERO (1998): Juan José Acero, “Introducción: concepciones del lenguaje”. 11-25. *Enciclopedia Iberoamericana de Filosofía 16*. Madrid: Trotta.

——— (1989³) et Al.: Juan José Acero et Alii, *Introducción a la filosofía del lenguaje*. Madrid: Cátedra.

AGUSTÍN (1998⁹): *Las Confesiones*. (Confessionum). Obras completas de san Agustín. T. II. Madrid: Biblioteca de Autores Cristianos.

BACETA (2004): Jesús Baceta, *Notas de clases*. (Trabajo no publicado). Caracas: UCV.

_______ (2006): Jesús Baceta, *Clavis scientiarum: Del Bello don de la filosofía de la gramática*. Caracas: Fondo Editorial de Humanidades y Educación-UCV.

_______ (2007): Jesús Baceta, *Ficción, realidad y literatura: Putnam, el artesano*. (Trabajo de ascenso no publicado). Caracas: UCV.

BÁEZ (2003): Johnder Báez, *La naturaleza ontológica del tiempo genérico en las confesiones: la cuarta dimensión de la temporalidad antropológica en san Agustín*.(Trabajo de grado no publicado) Caracas: UCAB.

_______ (2003): Johnder Báez, "Tiempo y Eternidad: algunas consideraciones sobre el tiempo en S. Agustín y en M. Heidegger" *Pensamiento Agustiniano XVIII*. Caracas: UCAB.

BARWISE-ETCHEMENDY (1999): Jon Barwise & John Etchemendy, *Language, Proof and Logic*. New York: Seven Bridges Press.

BATTISTELLA (1981): Ernesto Battistella, "Malleus maleficarum an malleus lakati?". 5-16. Caracas: *Episteme*, 1.

COPI-COHEN (2005): Irving Copi y Carl Cohen, *Introducción a la lógica*. México: Limusa.

CHELLAS (1980): Brian F. Chella *Modal Logic*. Cambridge: Cambridge University Press.

DEAÑO (1999): Alfredo Deaño, *Introducción a la lógica formal*. Madrid: Alianza.

DÍEZ CALZADA (2002): José Antonio Díez Calzada, *Iniciación a la lógica*. Barcelona: Ariel.

FERRATER MORA (1994): *Diccionario de filosofía*. Barcelona: Ariel.

FREGE (1984[3]a): Gottlob Frege, "Sobre concepto y objeto". 99-119. *Estudios sobre semántica*. (tr. U. Moulines). Barcelona: Ariel.

_______ (1984[3]b): Gottlob Frege, "Sobre sentido y referencia". 49-84. *Estudios sobre semántica*. (tr. U. Moulines). Barcelona: Ariel.

_______ (1998): Gottlob Frege, "El pensamiento: una investigación lógica". 196-225. Ensayos de semántica y filosofía de la lógica. (Trad, L.M. Valdés Villanueva). Madrid: Tecnos.

GARCÍA-CARPINTERO (1996): Manuel García-Carpintero, *Las palabras, las ideas y las cosas.* Barcelona: Ariel.

GARRIDO (1995[3]): Manuel Garrido, *Lógica simbólica.* Madrid: Tecnos.

GAUKER (2007): Cristopher Gauker, "A Second Course in Logic", obtenido el 25/07/2007, desde la dirección: http://asweb.artsci.uc.edu/philosophy/gauker/.

GÖDEL (1949): "An Example of a New Type of Cosmological Solution of Einstein's Field Equations of Gravitional", 190-198.Collected Works, Vol II (1938-1974). New York: Oxford University Press.

HAACK (1991[2]): Susan Haack, *Filosofía de las lógicas.* Madrid: Cátedra.

HAMILTON (1981): *Lógica para matemáticos.* Madrid: Paraninfo.

HUNTER (1981): Geoffrey Hunter, *Metalógica.* Madrid: Paraninfo.

JANÉ (1995): Ignacio Jané, "Lógica de orden superior". 105-128. *Enciclopedia Iberoamericana de Filosofía 7.* (Lógica). Madrid: Trotta.

JÁÑEZ (1998): Tarsicio Jáñez, *Lógica jurídica: hacia una argumentación jurídica.* Caracas: UCAB.

________ (2001): "Más allá del círculo hermenéutico ´fe-razón´ en san Agustín".120-146. *Pensamiento agustiniano XVI.* Caracas: UCAB.

JEFFREY (1986): Richard C. Jeffrey, *Lógica formal: su alcance y sus límites.* Pamplona: EUNSA.

LO MONACO (1981): Vincenzo Lo Monaco, "Significado, descripciones y entidades abstractas". 59-79. *Episteme, 1.* Caracas: UCV.

________ (1986): *Lenguaje y realidad. Implicaciones ontológicas de la 'lógica filosófica' en Bertrand Russell.* Caracas: Fondo Editorial de Humanidades y Educación-UCV.

________ (1991): Vincenzo Lo Monaco, *Entre presuposición óntica e inocencia metafísica.* Caracas: Instituto de Filosofía.

MANZANO (1989): María Manzano, *Teoría de modelos.*Madrid: Alianza.

________ (2001): María Manzano,"Una nueva prueba de la incompletud de la lógica de segundo orden". 31-59. Caracas: *Episteme NS*, 21.

MANZANO-HUERTAS (2004): María Manzano y Antonia Huertas, *Lógica para principiantes*. Madrid: Alianza.

MANZANO (2004): "Lógica, lógicas y logicidad", [en línea] obtenido el día 03/05/2007, desde la dirección http://logicae.usal.es/mara/.

MARÍAS (1998): Julián Marías, *Antropología metafísica.* Madrid: Alianza.

MATES (1974): Benson Mates, *Lógica matemática elemental.* Madrid: Tecnos.

MOSTERÍN (1976): Jesús Mosterín, *Lógica de primer orden.* Barcelona: Ariel.

________(2004): Jesús Mosterín, "Lógica y teoría de conjuntos". 229-246.

________*Enciclopedia Iberoamericana de Filosofía 27.* (Filosofía de la Lógica). Madrid: Trotta.

NUÑO (1980^2): Juan Nuño, *Elementos de lógica formal.* Caracas: Ediciones de la Biblioteca-UCV.

PEGUEROLES (72): Juan Pegueroles, *El pensamiento filosófico de san Agustín.* Barcelona: Labor.

PIACENZA (1979): Eduardo Piacenza, *Lógica.* Caracas: UNA

PUTNAM (1991): Hilary Putnam, *El significado y las ciencias morales. México*: UNAM.

QUESADA (1995): Daniel Quesada, "Lógica clásica de primer orden". 71-104. *Enciclopedia Iberoamericana de Filosofía 7.* Madrid: Trotta.

QUINE (1962a): Willard Van Orman Quine, "Acerca de lo que hay", 25-47. *Desde un punto de vista lógico.* (Tr. M. Sacristán). Barcelona: Ariel.

________(1962b): Willard Van Orman Quine, "Dos dogmas del empirismo". 49-81. *Desde un punto de vista lógico.* (Tr. M. Sacristán). Barcelona: Ariel.

________(1962c): Willard Van Orman Quine, "La lógica y la reificación de los universales", 153-187. *Desde un punto de vista lógico.* (Tr. M. Sacristán). Barcelona: Ariel.

________(1968): Willard Van Orman Quine, *Palabra y objeto.* Barcelona: Labor.

(1972): Willard Van Orman Quine, *Lógica matemática.* Madrid: Revista de Occidente

_______ (1981): *Los métodos de la lógica.* Barcelona: Ariel.

REALE-ANTISERI (1995[2r]): *Historia del pensamiento filosófico y científico.* _______ (Vols. 1-3).Ed. Herder. Barcelona.

RUSSELL (1982[2]), Bertrand Russell, *La evolución de mi pensamiento filosófico.* Madrid: Alianza.

RUSSELL (1993), Bertrand Russell, "Atomismo lógico". 37-56. *El positivismo lógico.* (comp.. A.J. Ayer) F.C.E. México.

SMULLYAN (1995[2]): Raymond M. Smullyan, *First-Orden Logic.* New York: Dover Publications, Inc.

TARSKI (1999[3]): Alfred Tarski, "La concepción semántica de la verdad y los fundamentos de la semántica", 301-338.*La búsqueda del significado (Luis M. Valdés Villanueva. Comp).* Madrid: Tecnos.

VALDÉS VILLANUEVA (1989): L.M. Valdés Villanueva, "Lógica elemental", 13-115. *Lógica y lenguaje (Manuel Garrido, Ed).* Ed. Tecnos. Madrid.

YORIS (2001[3]): Corina Yoris,*Introducción a la lógica.* Problemario. Caracas: UCAB.

ZUBIRI (1986): Xavier Zubiri, *Sobre el Hombre.* (Sociedad de Estudios y Publicaciones).Madrid: Alianza.